



BULLETIN

ČESKÁ SPOLEČNOST
PRO MECHANIKU

2·2013

Česká společnost pro mechaniku

Asociovaný člen European Mechanics Society (EUROMECH)

Předseda	Prof. Ing. Miloslav Okrouhlík, CSc.
Redakce časopisu	Ing. Jiří Dobiáš, CSc. Dolejšková 1402/5, 182 00 Praha 8 Ústav termomechaniky AV ČR, v.v.i. tel. 266 053 973, 266 053 214 fax 286 584 695 e-mail: jdobias@it.cas.cz
Jazyková korektura	RNDr. Eva Hrubantová
Tajemnice sekretariátu Sekretariát	Ing. Jitka Havlínová Dolejšková 1402/5, 182 00 Praha 8 tel. 266 053 045, tel./fax 286 587 784 e-mail: csm@it.cas.cz
Domovská stránka IČO Společnosti	http://www.csm.cz 444766

Bulletin je určen členům České společnosti pro mechaniku.

Vydává Česká společnost pro mechaniku, Dolejšková 1402/5, 182 00 Praha 8 - Libeň

Bulletin České společnosti pro mechaniku je vydáván s finanční podporou Akademie věd ČR.

Vychází: 3x ročně

Místo vydávání: Praha

Den vydání: 15. září 2013

ISSN 1211-2046

Evid. č. UVTEI 79 038

MK ČR E 13959

Tiskne: ČVUT Praha,
CTN – Česká technika,
Nakladatelství ČVUT,
Thákurova 1, 160 41 Praha 6

BULLETIN

2'13

ČESKÁ SPOLEČNOST PRO MECHANIKU

OBSAH

Volby hlavního výboru a předsednictva České společnosti pro mechaniku	2
Nové vedení České společnosti pro mechaniku na období 2013 – 2016	4
Výsledky voleb členů hlavního výboru ČSM na období 2013 – 2016	7
Cena akademika Bažanta za rok 2013	9
M. Jirásek: Blíže k nedosažitelnému	10
C. Höschl: Komentář k příspěvku Milana Jiráka	30
Kronika	33
Očekávané akce	52

CONTENTS

The Election of the Board and Presidium of the Czech Society for Mechanics	2
New Board of the Czech Society for Mechanics for the Tenure 2013 – 2016	4
The Election Results of Members of the Board of the CSM for the Tenure 2013 – 2016	7
Academician Bažant's Prize 2013	9
M. Jirásek: Reaching for the Unattainable	10
C. Höschl: Comment on the Contribution by Milan Jirásek	30
Chronicle	33
Prospective Events	52

Volby hlavního výboru a předsednictva České společnosti pro mechaniku

The Election of the Board and Presidium of the Czech Society for Mechanics

Miloslav Okrouhlík

V souhlase se stanovami proběhly na počátku roku 2013 volby do nového hlavního výboru ČSM. Kandidátku dostali všichni členové poštou. Mohli volit odesláním vyplněné kandidátky jak poštou, tak i e-mailem. Kandidátka byla vytvořena dvoukolově. První verzi navrhlo předsednictvo Společnosti a rozeslalo všem členům, kteří byli vyzváni, aby kandidátku doplnili svými dodatečnými návrhy. Doplněná kandidátka byla pokladem pro volby samotné. Z rozeslaných 480 lístků se jmény kandidátů se do sekretariátu Společnosti vrátilo 110 lístků vyplněných.

Volební výsledky zpracovala ad hoc určená komise tvořená sekretářkou Společnosti Ing. J. Havlínovou, kolegyní Ing. A. Kruisovou, Ph.D. a kolegou Ing. R. Kolmanem, Ph.D.

Výsledky voleb se objevily bezprostředně po sečtení hlasů na webu ČSM a jsou uvedeny v tomto čísle Bulletinu.

Poté se sešlo staré a nově zvolené předsednictvo a v tajné volbě zvolilo nové předsednictvo Společnosti, tj. předsedu, místopředsedy, vědeckého tajemníka, hospodáře a členy revizní komise. Nová sestava předsednictva je též uvedena v tomto čísle Bulletinu.

Je potěšitelné, že se do předsednictva Společnosti dostaly nové mladé tváře – Ing. Dušan Gabriel, Ph.D. a Ing. Luděk Pešek, CSc. V souhlase s dlouhodobě proklamovaným cílem Společnosti vedoucím k omlazení členské základny i předsednictva samého se nové předsednictvo, a to hned na své první schůzce,

rozhodlo rozšířit se o dva další mladší členy se statutem zatím provizorně nazvaným „observer and adviser“. Vyzváni byli a pozvání přijali kolegové prof. Dr. Ing. Eduard Rohan, DrSc. a doc. Ing. Jaroslav Kruis, Ph.D. Oba jsou význační odborníci ve svém oboru a mají vynikající mezinárodní renomé. Předsednictvo věří, že tito noví pozorovatelé a poradci, volebního práva ve věcech jednání předsednictva Společnosti sice nemající, vnesou do jednání svěží a neotřelé podněty a přispějí tak k dalšímu úspěšnému chodu Společnosti.

Nové vedení České společnosti pro mechaniku na období 2013 – 2016

New Board of the Czech Society for Mechanics for the Tenure 2013 – 2016

Koncem roku 2012 byly provedeny korespondenční volby nového hlavního výboru České společnosti pro mechaniku na čtyřleté období 2013 - 2016.

Dne 23. dubna 2013 se poprvé sešel nový hlavní výbor a v tajných volbách zvolil odpovědné funkcionáře Společnosti v tomto složení:

Předsednictvo:

Předseda: **Prof. Ing. Miloslav Okrouhlík, CSc.**
ÚT AV ČR, v.v.i., Praha

Místopředsedové: **Prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.**, VUT v Brně,
FSI, Brno

Prof. Ing. Josef Rosenberg, DrSc.
Západočeská univerzita v Plzni, FAV, Plzeň

Ing. Jiří Náprstek, DrSc., ÚTAM AV ČR, v.v.i., Praha

Prof. Ing. Milan Růžička, CSc., ČVUT v Praze,
Fakulta strojní, Praha

Vědecký tajemník: **Ing. Jiří Dobiáš, CSc.**, ÚT AV ČR, v.v.i., Praha

Hospodář: **Prof. Ing. Milan Růžička, CSc.**, ČVUT v Praze,
Fakulta strojní, Praha

Předseda revizní komise: **Ing. Jitka Jágrová, CSc.**, TU v Liberci,
Fakulta strojní, Liberec

Členové revizní komise: **Prof. Ing. Jiří Křen, CSc.**, Západočeská univerzita v Plzni,
FAV, Plzeň

Prof. Ing. Vladislav Laš, CSc.
Západočeská univerzita v Plzni, FAV, Plzeň

Volení členové hlavního výboru (v abecedním pořadí):

Prof. Ing. Ladislav Frýba, DrSc., Dr.h.c., ÚTAM AV ČR, v.v.i., Praha
Ing. Dušan Gabriel, Ph.D., ÚT AV ČR, v.v.i., Praha
Prof. RNDr. Miroslav Hrabovský, DrSc., Společná laboratoř optiky UP a FZÚ
AV ČR, Olomouc
Prof. RNDr. Michal Kotoul, DrSc., VUT v Brně, FSI, Brno
Ing. Luděk Pešek, CSc., ÚT AV ČR, v.v.i., Praha
Dr. Ing. Pavel Polach, VZÚ Plzeň s.r.o., Plzeň
Prof. Ing. Jiří Šejnoha, DrSc., ČVUT v Praze, Fakulta stavební, Praha
Prof. Ing. Jaroslav Zapoměl, DrSc., VŠB - Technická univerzita Ostrava, FS,
Ostrava - Poruba

Předsedové místních poboček:

Prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. - Brno
Prof. Ing. Jiří Křen, CSc. - Plzeň
Doc. Ing. Martin Bílek, Ph.D. - Liberec

Zástupci kolektivních členů (v abecedním pořadí):

Ing. Ondřej Bielik, CSc., BISAFE s.r.o., Praha
Doc. Ing. Ján Džugan, Ph.D., COMTES FHT a.s., Dobřany
Prof. Ing. Ladislav Frýba, DrSc., Dr.h.c., ÚTAM AV ČR, v.v.i., Praha
Ing. Lubomír Junek, Ph.D., Ústav aplikované mechaniky Brno, s.r.o., Brno
Ing. Josef Jurenka, Ph.D., TechSoft Engineering, spol. s r.o., Praha
Dr. Ing. Karel Luňáček, MECAS ESI s. r.o., Plzeň
Prof. Ing. Jiří Máca, CSc., ČVUT v Praze, Fakulta stavební, Praha
Ing. Zdeněk Malkovský, VÚKV a.s., Praha

Doc. Ing. Petr Paščenko, Ph.D., Univerzita Pardubice, DFJP, Pardubice
Doc. Ing. Iva Petříková, Ph.D., Technická univerzita v Liberci, Liberec
Dr. Ing. Pavel Polach, Výzkumný a zkušební ústav Plzeň s.r.o., Plzeň
Ing. Petr Průcha, LA composite, s.r.o., Praha
Prof. Ing. Jaromír Příhoda, CSc., ÚT AV ČR, v.v.i., Praha
Prof. Ing. Josef Rosenberg, DrSc., Západočeská univerzita v Plzni, FAV, Plzeň
Prof. Ing. Milan Růžička, CSc., ČVUT v Praze, Fakulta strojní, Praha
Dipl. Ing. František Smrčka, HBP měřicí technika s.r.o., Praha
Doc. Ing. Josef Soukup, CSc., UJEP v Ústí nad Labem, FVTM, Ústí nad L.
Ing. Miroslav Stárek, SVS FEM s.r.o., Brno
Ing. Ladislav Šásek, Safibra s.r.o., Říčany
Ing. Josef Turek, CSc., Komerční železniční výzkum s. r.o., Praha
Ing. Ondřej Uher, Ph.D., CompoTech PLUS spol. s.r.o., Sušice
Prof. Ing. Miroslav Václavík, CSc., VÚTS Liberec, a.s., Liberec
Prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., Dr.h.c., VUT v Brně, FSI, Brno
Ing. Roman Výborný, VARIEL, a.s., Zruč nad Sázavou
Ing. David Zalaba, ŽDAS, a.s., Žďár nad Sázavou
děkanát VŠB – TU Ostrava, Ostrava - Poruba

Výsledky voleb členů hlavního výboru České společnosti pro mechaniku na období 2013 – 2016

The Election Results of Members of the Board of the Czech Society for Mechanics
for the Tenure 2013 – 2016

Členové komise: Ing. Radek Kolman, Ph.D.

Ing. Alena Kruisová, Ph.D.

Ing. Jitka Havlínová

Celkem bylo odevzdáno 110 hlasovacích lístků, z toho 109 platných a 1 neplatný.
Následující tabulka uvádí počty obdržených hlasů jednotlivých kandidátů.

Výsledky voleb v abecedním pořadí:

1. Prof. Ing. Jaroslav Čáp , DrSc.	31
2. Ing. Jiří Dobiáš , CSc.	66
3. Prof. Dr. Ing. Jan Dupal	31
4. Prof. Ing. Ladislav Frýba , DrSc., Dr.h.c.	59
5. Ing. Dušan Gabriel , Ph.D.	43
6. Prof. RNDr. Miroslav Hrabovský , DrSc.	39
7. Doc. Ing. Pavel Hutař , Ph.D.	30
8. Ing. Jitka Jágrová , CSc.	39
9. Prof. Ing. Milan Jirásek , DrSc.	35
10. Doc. Ing. Miloslav Kepka , CSc.	25
11. Prof. RNDr. Michal Kotoul , DrSc.	40
12. Doc. Ing. Jaroslav Kruis , Ph.D.	33
13. Prof. Ing. Jiří Křen , CSc.	38
14. Prof. Ing. Vladislav Laš , CSc.	58
15. Prof. Ing. Jiří Máca , CSc.	23

16. Prof. Ing. Bohdana Marvalová , CSc.	34
17. Doc. Ing. Jiří Mrázek , CSc.	12
18. Ing. Jiří Náprstek , DrSc.	72
19. Prof. Ing. Drahomír Novák , DrSc.	26
20. Prof. Ing. Miloslav Okrouhlík , CSc.	95
21. Ing. Luděk Pešek , CSc.	47
22. Prof. Ing. Jindřich Petruška , CSc.	76
23. Prof. Ing. František Plánička , CSc.	37
24. Dr. Ing. Pavel Polach	46
25. Prof. Dr. Ing. Eduard Rohan , DrSc.	33
26. Prof. Ing. Josef Rosenberg , DrSc.	57
27. Prof. Ing. Milan Růžička , CSc.	84
28. Doc. Ing. Josef Soukup , CSc.	24
29. Prof. Ing. Jiří Šejnoha , DrSc.	57
30. Doc. Ing. Václav Uruba , CSc.	32
31. Prof. Ing. Miroslav Václavík , CSc.	29
32. Prof. Ing. Stanislav Vejvoda , CSc.	35
33. Prof. Ing. Jaroslav Zapoměl , DrSc.	64

V Praze dne 4. dubna 2013

Cena akademika Bažanta za rok 2013

Academician Bažant's Prize 2013

Soutěž o Cenu akademika Bažanta má sloužit rozvoji studentské tvůrčí činnosti v oboru stavební mechaniky. Jejím cílem je zlepšení práce s nadanými studenty a povzbuzení zájmu těchto studentů o aktivnější a samostatnější práci v aktuálních oblastech stavební mechaniky. Do soutěže se může přihlásit každý vysokoškolský student bakalářského či magisterského studia nebo absolvent, který neukončil studium dříve než v roce konání soutěže. Účast v soutěži zahrnuje sepsání odborné práce v oboru stavební mechaniky a její obhajobu před odbornou komisí.

Zasedání Komise pro udělování Ceny akademika Bažanta za rok 2013 proběhlo koncem dubna 2013 na Fakultě stavební ČVUT v Praze. Reprezentantem České společnosti pro mechaniku byl Ing. Jiří Náprstek, DrSc. z ÚTAM AV ČR, v.v.i.

Práce přihlášené do soutěže byly vypracovány pod vedením příslušného garanta a byly oponovány vědeckým pracovníkem. Každý ze soutěžících seznámil komisi se svou prací během 12 minutové přednášky a poté odpovídal na dotazy členů komise. Ta pak zhodnotila úroveň prací a též způsob a kvalitu prezentace a obhajoby. Následně komise přijala usnesení, kterým stanovila pořadí a výši odměny autorům.

Je třeba zdůraznit, že všechny práce měly s přihlédnutím k věku autorů velmi dobrou odbornou úroveň.

Česká společnost pro mechaniku finančně odměnila za 1. místo pana Karla Mikeše za práci *Numerická simulace šíření trhliny založená na lineární lomové mechanice*. Autor byl posluchačem 8. semestru oboru K, jeho školitelem byl prof. Ing. Milan Jirásek, DrSc. a oponentem doc. Ing. Jan Zeman, Ph.D.

Bližší informace jsou uvedeny na webových stránkách:

http://mech.fsv.cvut.cz/wiki/index.php/Sout%C4%9B%C5%BE_o_Cenu_akademika_Ba%C5%BEanta

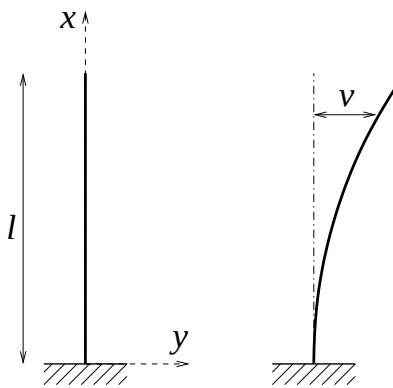
Summary *In Bulletin No. 2/2012, Prof. Höschl published an interesting article entitled “Unattainable Goals and Vain Hopes” [1], which contained a comparison of several methods for the evaluation of the critical length of an elastic column loaded by self weight. Surprisingly, the accuracy of the finite element method using two elements with cubic displacement interpolation turned out to be rather low. The aim of the present contribution is to show that a consistent discretization by the finite element method provides excellent results, even if a single element is used. Certain related theoretical aspects will be elucidated by analyzing individual methods presented in the original publication [1].*

1 Úvod

V čísle 2/2012 Bulletinu České společnosti pro mechaniku byl publikován zajímavý článek prof. Höschla pod názvem “Nedosažitelné cíle a marné naděje” [1]. Autor se v něm mimo jiné zabýval porovnáním několika metod pro výpočet kritické délky pružného sloupu konstantního průřezu při zatížení vlastní tíhou. Poněkud překvapivým výsledkem byla nízká přesnost metody konečných prvků při použití dvou prvků s kubickou interpolací průhybu. Hlavním cílem tohoto příspěvku je ukázat, že při konzistentním postupu vede metoda konečných prvků k vynikající přesnosti, a to dokonce i s jediným prvkem. Porovnání s metodami použitými v článku [1] pak umožní objasnění zajímavých teoretických souvislostí.

2 Formulace problému

Připomeňme nejprve přesné zadání úlohy, s využitím zjednodušené podoby obrázku z původního článku [1]. Přímý prut konstantního průřezu je v nedeformovaném stavu umístěn svisle a v patě vetknut, zatímco jeho horní konec zůstává nepodepřený (obr. 1). Předpokládá se platnost Bernoulliho-Navierovy hypotézy o zachování rovinnosti průřezu a jeho kolmosti na deformovanou střednici. Přidržíme se i původního značení. Ohybová tuhost průřezu je označena EJ , obsah průřezu A , hustota materiálu ρ , délka prutu l a gravitační zrychlení g . Souřadnice x se měří podél střednice prutu a má počátek v jeho patě. Vodorovné posuny (průhyby) střednice jsou popsány funkcí v a předpokládá se, že normálová tuhost průřezu je obrovská, takže délka střednice zůstává nezměněna. Úkolem je najít kritickou délku prutu, pro kterou pod vlivem vlastní tíhy dojde k vybočení, tedy k bifurkaci rovnovážného řešení doprovázené ztrátou stability triviálního řešení $v(x) = 0$.



Obr. 1: Sloup zatížený vlastní tíhou v původním stavu a po vybočení.

Přesné řešení zmíněné v [1] využívá Besselových funkcí v uzavřeném tvaru [2] a vede ke kritické délce

$$l_{krit} = 1,9863 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}}. \quad (1)$$

Tato hodnota (uvedená po zaokrouhlení na 5 platných míst) slouží jako referenční pro vyhodnocení přesnosti jednotlivých přibližných metod.

Jako první přibližný postup byla v článku [1] uvedena energetická metoda podle Timošenka [3], založená na aproximaci průhybové funkce ve tvaru

$$v(x) = q \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l}\right), \quad (2)$$

kde $q = v(l)$ je libovolná konstanta, která odpovídá hodnotě průhybu na horním konci sloupu. Tato metoda vede k odhadu kritické délky

$$l_{krit}^{(1)} = 1,9906 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}}, \quad (3)$$

který je jen o 0,23 % větší než přesná hodnota podle (1).

Dále byl v článku [1] předveden výpočet metodou konečných prvků (MKP), při kterém se sloup rozdělí na dva stejně dlouhé prutové prvky o délce $h = l/2$ s kubickou aproximací průhybu. Po diskretizaci se úloha převede na problém ve tvaru

$$(\mathbf{K} - \mathbf{N}) \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (4)$$

kde

$$\mathbf{K} = \frac{2EJ}{h^3} \begin{bmatrix} 6 & -3h & -6 & -3h \\ -3h & 2h^2 & 3h & h^2 \\ -6 & 3h & 12 & 0 \\ -3h & h^2 & 0 & 4h^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

je matice tuhosti a

$$\mathbf{N} = \frac{\rho g A h}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

je matice označená v [1] jako “lokalizační”. Sloupcová matice $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}^T$ obsahuje neznámé uzlové posuny a pootočení. Rovnice (4) má netriviální řešení, pokud je determinant matice $\mathbf{K} - \mathbf{N}$ nulový. Z této podmínky vyjde kritická délka

$$l_{krit}^{(2)} = 2,8845 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}}. \quad (7)$$

Pro milovníky MKP je jistě zklamáním, že výsledek je zatížen chybou 45 %. Nabízí se otázka, zda je pro dosažení přijatelné přesnosti opravdu třeba prut rozdělit na velký počet konečných prvků.

3 Diskretizace založená na principu virtuálních prací

3.1 Obecné odvození

Dělení prutu na dva prvky může být v některých případech příliš hrubé, ale naše úloha má velmi hladké řešení a není jasné, proč by ho nebylo možné rozumně aproximovat kubickou funkcí. Provedeme proto nový výpočet s jediným konečným prvkem. Jelikož dolní konec prutu je vetknut, model bude mít dva stupně volnosti – posun a pootočení horního konce, označené q_1 a q_2 . Průhybová funkce tedy bude aproximována kubickým polynomem

$$v(x) = q_1 N_1(x) + q_2 N_2(x), \quad (8)$$

kde

$$N_1(x) = \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}, \quad N_2(x) = \frac{x^3}{l^2} - \frac{x^2}{l} \quad (9)$$

jsou příslušné báze funkce. Při diskretizaci využijeme princip virtuálních prací zapsaný ve tvaru

$$\int_0^l M(x) \delta\kappa(x) dx = \int_0^l f_x(x) \delta u(x) dx, \quad (10)$$

kde M označuje ohybové momenty, $\delta\kappa$ virtuální křivosti, f_x intenzitu podélného (tedy v případě sloupu svislého) zatížení prutu a δu virtuální podélné (svislé) posuny střednice. Levá strana rovnice (10) představuje virtuální práci vnitřních sil a pravá strana virtuální práci vnějších sil.

Ohybové momenty se na základě obvyklých předpokladů teorie ohýbaných prutů vyjádří jako

$$M(x) = EJ\kappa(x) = EJv''(x), \quad (11)$$

kde $\kappa = v''$ je křivost prutu. Čárky označují derivace podle prostorové souřadnice x . Znaménková konvence je zde volena tak, že kladný moment a kladná

křivost odpovídají tahu ve vláknech vlevo od osy svislého prutu na obr. 1. Virtuální křivosti $\delta\kappa$ lze vyjádřit pomocí virtuálních průhybů δv jako

$$\delta\kappa(x) = \delta v''(x). \quad (12)$$

Na virtuálních průhybech δv ale závisejí i virtuální podélné posuny δu . To je důsledkem předpokladu o nestlačitelnosti střednice. K podélným posunům dochází proto, že jednotlivé segmenty střednice se natáčejí, ale jejich délka zůstává nezměněná, takže průměty do původního svislého směru se zkracují. Skutečné podélné posuny lze popsat funkcí

$$u(x) = \int_0^x \left(\sqrt{1 - v'^2(\xi)} - 1 \right) d\xi \approx -\frac{1}{2} \int_0^x v'^2(\xi) d\xi. \quad (13)$$

Aproximace na pravé straně je založena na předpokladu malých rotací ($v' \ll 1$) a záporné znaménko souvisí s tím, že při ohybu osově nestlačitelného sloupu podepřeného v patě se body střednice posouvají dolů, proti kladné poloose x .

Při změně průhybu v o virtuální přírůstek δv je lineární část změny podélných posunů popsána vztahem

$$\delta u(x) = - \int_0^x v'(\xi) \delta v'(\xi) d\xi. \quad (14)$$

S využitím tohoto vztahu můžeme virtuální práci vnějších sil (tedy pravou stranu rovnice (10)) přepsat jako

$$\begin{aligned} \int_0^l f_x(x) \delta u(x) dx &= - \int_0^l f_x(x) \int_0^x v'(\xi) \delta v'(\xi) d\xi dx = \\ &= - \int_0^l \int_\xi^l f_x(x) dx v'(\xi) \delta v'(\xi) d\xi = - \int_0^l S(\xi) v'(\xi) \delta v'(\xi) d\xi, \end{aligned} \quad (15)$$

kde veličina

$$S(\xi) = \int_\xi^l f_x(x) dx \quad (16)$$

má význam normálové síly v průřezu ξ . Při úpravách v (15) jsme ve dvojném integrálu přehodili pořadí integrace vzhledem k proměnným x a ξ a ve výsledném jednoduchém integrálu je integrační proměnná označená ξ . Pro další použití ji

můžeme opět přeznačit jako x a s využitím vztahů (11), (12) a (15) zapsat rovnost virtuálních prací (10) ve tvaru

$$\int_0^l EJv''(x) \delta v''(x) dx = - \int_0^l S(x)v'(x) \delta v'(x) dx. \quad (17)$$

Stojí za zmínku, že po vícenásobné integraci per partes bychom ze (17) mohli získat diferenciální rovnici

$$(EJv''(x))'' = (S(x)v'(x))', \quad (18)$$

která představuje podmínku rovnováhy zapsanou na deformovaném prutu. Naším cílem je však nalézt přibližné řešení ve tvaru (8), které splňuje rovnost (17) pro každou virtuální průhybovou funkci ve tvaru

$$\delta v(x) = \delta q_1 N_1(x) + \delta q_2 N_2(x), \quad (19)$$

kde δq_1 a δq_2 jsou libovolné konstanty mající význam virtuálního posunu a pootočení na horním konci prutu. Po dosazení (8) a (19) do (17) a uvážení nezávislosti veličin δq_1 a δq_2 získáme diskretizované rovnice, které lze zapsat ve tvaru (4) s maticí tuhosti

$$\mathbf{K} = \int_0^l EJ \begin{bmatrix} N_1''^2(x) & N_1''(x)N_2''(x) \\ N_2''(x)N_1''(x) & N_2''^2(x) \end{bmatrix} dx \quad (20)$$

a maticemi

$$\mathbf{N} = - \int_0^l S(x) \begin{bmatrix} N_1'^2(x) & N_1'(x)N_2'(x) \\ N_2'(x)N_1'(x) & N_2'^2(x) \end{bmatrix} dx \quad (21)$$

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix}. \quad (22)$$

3.2 Konkrétní výpočet

Po dosazení báзовých funkcí (9) do (20) vyjde matice tuhosti

$$\mathbf{K} = \frac{EJ}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6l \\ -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

s klasickými tuhostními koeficienty, známými z deformační metody. Položíme-li $l = h$, odpovídá tato matice levému hornímu bloku matice o rozměrech 4×4 uvedené v (5), která byla v článku [1] sestavena obvyklým postupem z matic tuhosti jednotlivých prvků. Podrobné odvození z principu virtuálních prací jsme zde provedli proto, abychom získali konzistentní vztahy i pro matici $\mathbf{N}$, která byla v [1] vytvořena spíše na základě intuice a vyšla nesymetrická, viz (6). Obecný vzorec (21) ukazuje, že tato matice musí být při konzistentním odvození symetrická (což souvisí s tím, že dané zatížení je konzervativní). V naší úloze je podélné zatížení $f_x(x) = -\rho g A$ konstantní po délce prutu. Záporné znaménko odpovídá směru působení vlastní tíhy proti kladné poloze x . Pro normálovou sílu po dosazení do (16) dostaneme

$$S(x) = \int_x^l f_x(\xi) d\xi = -\rho g A(l - x) \quad (24)$$

a podle (21) můžeme vyhodnotit matici

$$\mathbf{N} = \frac{\rho g A}{30} \begin{bmatrix} 18 & -3l \\ -3l & l^2 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

která se podstatně liší od matice uvedené v (6).

Po zavedení pomocné veličiny

$$\mu = \frac{\rho g A l^3}{E J} \quad (26)$$

vede podmínka $\det(\mathbf{K} - \mathbf{N}) = 0$ na kvadratickou rovnici, která má dva reálné kořeny

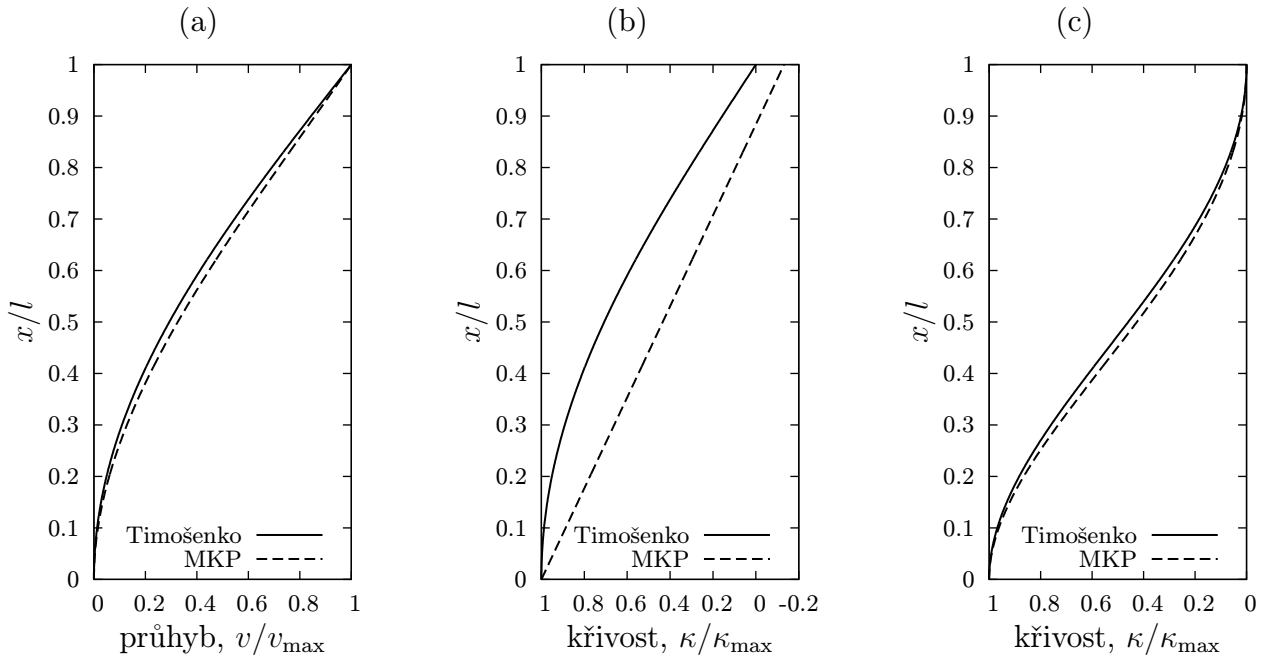
$$\mu_{1,2} = 20 \left(4 \pm \sqrt{13} \right). \quad (27)$$

Menší z těchto kořenů odpovídá kritické délce

$$l_{krit}^{(3)} = \sqrt[3]{\frac{E J \mu_{\min}}{\rho g A}} = \sqrt[3]{20 \left(4 - \sqrt{13} \right) \frac{E J}{\rho g A}} = 1,9907 \sqrt[3]{\frac{E J}{\rho g A}}. \quad (28)$$

Tento výsledek je prakticky shodný s odhadem $l_{krit}^{(1)}$ získaným Timošenkovou energetickou metodou (viz rovnice (3)) a liší se od přesného řešení (1) jen o

0,23 %. Metoda konečných prvků tedy může pro danou úlohu poskytnout vynikající přesnost i při použití jediného prvku. Kdyby byly použity dva prvky, přesnost by se (při správném sestavení matice $\mathbf{N}$) ještě zvýšila.



Obr. 2: Aproximace tvarů vybočení podle Timošenkova postupu a podle MKP s jedním kubickým prvkem: (a) normalizované průhyby, (b) normalizované křivosti, (c) normalizované vylepšené aproximace křivosti.

Pro matice $\mathbf{K}$ a $\mathbf{N}$ podle (23) a (25) a pro $\rho g A l^3 / E J = \mu_{\min} = 20(4 - \sqrt{13})$ má rovnice $(\mathbf{K} - \mathbf{N})\mathbf{q} = \mathbf{0}$ netriviální řešení $\mathbf{q} = \{1, (5 - \sqrt{13})/l\}^T$ a odpovídající funkce aproximující průhyby při vybočení má tvar

$$v(x) = N_1(x) + \frac{5 - \sqrt{13}}{l} N_2(x) = (\sqrt{13} - 2) \frac{x^2}{l^2} + (3 - \sqrt{13}) \frac{x^3}{l^3}. \quad (29)$$

Na obr. 2a je graf této funkce vykreslen čárkovanou čarou a porovnán s grafem funkce $1 - \cos(\pi x / 2l)$, která odpovídá přesnému tvaru vybočení pro sloup namáhaný konstantní normálovou silou a byla použita v Timošenkově aproximaci (2). Rozdíl mezi samotnými průhybovými funkcemi je malý, ale odpovídající křivosti (druhé derivace) se liší výrazněji, viz obr. 2b. Kladné křivosti jsou zde vyneseny doleva, na stranu tažených vláken. Pro MKP jsou báze funkce kubické, takže výsledná křivost je popsána lineární funkcí. Pro lepší srovnání

jsou průhyby i křivosti ve všech grafech normalizovány tak, aby jejich maximální hodnota byla vždy jednotková. Výpočet MKP vede k nenulové (dokonce záporné) hodnotě křivosti na horním konci sloupu, protože statická okrajová podmínka $M(l) = 0$ je splněna pouze ve slabém smyslu.

4 Porovnání metod

Podívejme se podrobněji na rozdíl mezi sestavením matice $\mathbf{N}$ v tomto příspěvku a v článku [1]. Součin $\mathbf{N}\mathbf{q}$ popisuje uzlové síly a momenty, které by měly být ekvivalentní danému spojitému zatížení vlastní tíhou. V článku [1] se sloup rozdělil na dva prvky, vlastní tíha každého prvku se rozdělila na poloviny a soustředila do příslušných uzlů. Poté se vyšlo z představy, že algebraické rovnice vzniklé diskretizací MKP představují silové podmínky rovnováhy ve vodorovném směru a momentové podmínky rovnováhy. Účinek svislé síly působící na horní uzel byl nahrazen osamělým momentem působícím na prostřední uzel a v rovnicích odpovídajících silovým podmínkám rovnováhy byly pravé strany (tedy vodorovné uzlové síly) uvažovány jako nulové. Výsledkem byla nesymetrická matice $\mathbf{N}$ uvedená v (6).

Ve skutečnosti ale pravá strana např. první rovnice souvisí s virtuální prací, kterou vykoná svisle působící zatížení vlastní tíhou v případě, že vodorovný posun (průhyb) horního konce sloupu vzroste o δq_1 a ostatní uzlové posuny a pootočení se nezmění. V rámci přijatých předpokladů je svislý posun horního konce popsán vztahem

$$u(l) = -\frac{1}{2} \int_0^l v'^2(x) dx \quad (30)$$

a jeho změna při zmíněné virtuální změně uzlových přemístění bude

$$\delta u(l) = - \int_0^l v'(x) \delta v'(x) dx = - \int_0^l v'(x) N'_1(x) dx \delta q_1. \quad (31)$$

Záporné znaménko souvisí s tím, že posun je uvažován jako kladný nahoru. Pokud by na horní konec prutu působila svislá osamělá síla P (kladná směrem

dolů), pak vykoná virtuální práci $-P \delta u(l)$ a její příspěvek k pravé straně první algebraické rovnice bude

$$P \int_0^l v'(x) N_1'(x) dx = P \sum_{i=1}^n \int_0^l N_i'(x) N_1'(x) dx q_i, \quad (32)$$

kde n je počet stupňů volnosti modelu (neznámých uzlových přemístění).

Intuitivní představa o první algebraické rovnici jako silové podmínce rovnováhy horního uzlu ve **vodorovném** směru tedy selhává. Taková interpretace by platila jen v nedeformovaném stavu, kdy jsou všechna uzlová přemístění q_i nulová. Jestliže jsou nenulová, svislá síla při virtuální změně stavu koná práci a její vliv je třeba do podmínky rovnováhy zahrnout. Jak známo, pokud bychom sestavovali podmínky rovnováhy na nedeformovaném sloupu, měly by výsledné rovnice tvar $\mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0}$, existovalo by pouze triviální řešení $\mathbf{q} = \mathbf{0}$ a nebylo by možné postihnout ztrátu stability.

4.1 Souvislost s Timošenkovou energetickou metodou

Z rovnosti virtuálních prací (17) lze získat stejné odhady jako Timošenkovou energetickou metodou, která byla krátce zmíněna na začátku tohoto článku. Při použití jediné báze funkce N se matice $\mathbf{K}$ a $\mathbf{N}$ redukují na skaláry a podmínku existence netriviálního řešení lze (pro normálovou sílu danou vztahem (24)) zapsat jako

$$\int_0^l EJ N''^2(x) dx = \rho g A \int_0^l (l - x) N'^2(x) dx. \quad (33)$$

Pokud zvolíme aproximaci průhybové funkce ve tvaru (2), tj. položíme

$$N(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2l}, \quad (34)$$

pak po vyhodnocení integrálů v (33) dostaneme rovnici

$$EJ \frac{\pi^4}{32l^3} = \rho g A \left(\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4} \right) \quad (35)$$

a kritická délka vyjde jako

$$l_{krit}^{(4)} = \sqrt[3]{\frac{\pi^4 EJ}{2(\pi^2 - 4) \rho g A}} = 2,0245 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}}. \quad (36)$$

Výsledek je o 1,9 % vyšší než přesná hodnota (1) a jedná se zřejmě o odhad, který je v [1] jen letmo zmíněný na str. 25 (“rozdíl přesahující jedno procento”). Rozložení křivostí po výšce sloupu (po normalizaci na jednotkovou hodnotu v patě) je na obr. 2b vyneseno plnou čarou.

Kvalitnější odhad (3) je v [1] sestaven tak, že se k předpokládané průhybové funkci v ve tvaru (2) najde odpovídající funkce M popisující rozložení ohybových momentů, které splňuje podmínky rovnováhy. Ty jsou přitom zapsány na konstrukci deformované v předpokládaném tvaru (2). To ovšem znamená, že řešíme diferenciální rovnici (18), přepsanou do tvaru

$$M''(x) = (S(x)v'(x))' \quad (37)$$

s okrajovými podmínkami $M(l) = 0$ a $M'(l) = S(l)v'(l)$. Vzhledem ke tvaru druhé okrajové podmínky lze jednoduše “vymazat” jednu derivaci na obou stranách a rovnici (37) přepsat jako

$$M'(x) = S(x)v'(x). \quad (38)$$

V našem případě je normálová síla popsána lineární funkcí (24) a řešení rovnice (38) s okrajovou podmínkou $M(l) = 0$ se formálně zapíše jako

$$M(x) = - \int_x^l S(\xi)v'(\xi) d\xi = \rho g A \int_x^l (l - \xi)v'(\xi) d\xi. \quad (39)$$

Zpřesněný odhad, jak je popsán v [1], se pak sestojí na základě doplňkové energie napjatosti odpovídající momentové funkci M .

Zcela ekvivalentní výsledek ale můžeme získat i tak, že z momentové funkce M vypočteme vylepšený odhad průhybové funkce podle vztahu $v'' = M/EJ$ a ten pak použijeme místo původní funkce N na levé straně rovnice (33), přičemž její pravou stranu necháme beze změny. Vztah mezi výchozí aproximací průhybu, označenou obecně např. v_1 , a vylepšenou aproximací, označenou v_2 , je popsán rovnicí

$$v_2''(x) = \frac{\rho g A}{EJ} \int_x^l (l - \xi) v_1'(\xi) d\xi \quad (40)$$

s okrajovými podmínkami $v_2(0) = 0$ a $v_2'(0) = 0$. V našem případě je $v_1(x) = N(x) = 1 - \cos(\pi x/2l)$ a

$$v_2''(x) = \frac{\rho g A}{EJ} \frac{\pi}{2l} \int_x^l (l - \xi) \sin \frac{\pi \xi}{2l} d\xi = \frac{\rho g A}{EJ} \left[\frac{2l}{\pi} \left(\sin \frac{\pi x}{2l} - 1 \right) + (l - x) \cos \frac{\pi x}{2l} \right]. \quad (41)$$

Graf této funkce (po normalizaci na jednotkovou hodnotu v patě sloupu) je vynesena plnou čarou na obr. 2c. Pokud na levé straně (33) dosadíme v_2'' místo N'' , přičemž na pravé straně ponecháme $N'(x) = (\pi/2l) \sin(\pi x/2l)$, nabyde tato rovnice tvaru

$$\begin{aligned} & \int_0^l EJ \left(\frac{\rho g A}{EJ} \right)^2 \left[\frac{2l}{\pi} \left(\sin \frac{\pi x}{2l} - 1 \right) + (l - x) \cos \frac{\pi x}{2l} \right]^2 dx = \\ & = \rho g A \int_0^l (l - x) \frac{\pi^2}{4l^2} \sin^2 \frac{\pi x}{2l} dx \end{aligned} \quad (42)$$

a po vyhodnocení integrálů

$$\frac{(\rho g A)^2}{EJ} l^3 \left(\frac{1}{6} + \frac{9}{\pi^2} - \frac{32}{\pi^3} \right) = \rho g A \left(\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4} \right). \quad (43)$$

Výsledný odhad kritické délky

$$l_{krit}^{(1)} = \sqrt[3]{\frac{\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{6} + \frac{9}{\pi^2} - \frac{32}{\pi^3}} \cdot \frac{EJ}{\rho g A}} = 1,9906 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}} \quad (44)$$

přesně souhlasí s Timošenkovým odhadem (3).

Na první pohled se zdá být zarážející, proč se dosáhlo zlepšení tím, že se vylepšený odhad průhybové funkce v_2 dosadil pouze do levé strany rovnice (33). Přirozenější by bylo použít i v_2' místo N' na pravé straně. Vyzkoušíme proto, k čemu by takový postup vedl. Integrací vztahu (41) s uvážením okrajové podmínky $v_2'(0) = 0$ dostaneme

$$v_2'(x) = \int_0^x v_2''(\xi) d\xi = \frac{\rho g A}{EJ} \frac{2l}{\pi} \left[(l - x) \sin \frac{\pi x}{2l} - x + \frac{4l}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right) \right] \quad (45)$$

a pravou stranu rovnice (42) pak můžeme nahradit výrazem

$$\rho g A \int_0^l (l - x) \left(\frac{\rho g A}{EJ} \right)^2 \frac{4l^2}{\pi^2} \left[(l - x) \sin \frac{\pi x}{2l} - x + \frac{4l}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right) \right]^2 dx. \quad (46)$$

Analytický výpočet integrálu je zde velmi pracný, ale proveditelný. Po integraci získáme místo (43) rovnici

$$\frac{(\rho g A)^2}{EJ} l^3 \left(\frac{1}{6} + \frac{9}{\pi^2} - \frac{32}{\pi^3} \right) = \frac{(\rho g A)^3}{(EJ)^2} \frac{4l^6}{\pi^2} \left(\frac{5}{24} - \frac{4}{3\pi} + \frac{45}{2\pi^2} - \frac{96}{\pi^3} + \frac{102}{\pi^4} \right) \quad (47)$$

a odpovídající, znovu vylepšený odhad kritické délky

$$l_{krit}^{(5)} = \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{6} + \frac{9}{\pi^2} - \frac{32}{\pi^3}}{\frac{4}{\pi^2} \left(\frac{5}{24} - \frac{4}{3\pi} + \frac{45}{2\pi^2} - \frac{96}{\pi^3} + \frac{102}{\pi^4} \right)}} \cdot \frac{EJ}{\rho g A} = 1,9869 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}}, \quad (48)$$

který se od přesné hodnoty liší už jen asi o 0,03 %.

4.2 Souvislost s vlastním číslem diferenciálního operátoru

Teoretické objasnění popsaného postupu lze založit na jeho matematické formalizaci. Tento postup totiž souvisí s mocninnou metodou výpočtu nejmenšího vlastního čísla diferenciálního operátoru na levé straně rovnice (18) vzhledem k diferenciálnímu operátoru na pravé straně této rovnice. Pokud (18) formálně přepíšeme jako $\mathcal{A}v = \mathcal{B}v$, kde $\mathcal{A}$ a $\mathcal{B}$ značí příslušné diferenciální operátory, pak rekursivní vztahy $\mathcal{A}v_{k+1} = \mathcal{B}v_k$, $k = 1, 2, \dots$, definují posloupnost funkcí, která po převodu na normovanou posloupnost $\tilde{v}_k = v_k / \|v_k\|$ za jistých předpokladů konverguje k vlastní funkci odpovídající nejmenšímu řešení $\lambda_{\min}$ zobecněného problému vlastních čísel $\mathcal{A}v = \lambda \mathcal{B}v$. Kritický případ (tedy ztráta stability) nastává, pokud je $\lambda_{\min} = 1$. Toto nejmenší vlastní číslo lze shora odhadnout Rayleighovými kvocienty:

$$\frac{(v_1, v_1)_{\mathcal{A}}}{(v_1, v_1)_{\mathcal{B}}} \geq \frac{(v_2, v_2)_{\mathcal{A}}}{(v_2, v_2)_{\mathcal{B}}} \geq \dots \geq \lambda_{\min}. \quad (49)$$

Přitom $(\cdot, \cdot)_{\mathcal{A}}$ a $(\cdot, \cdot)_{\mathcal{B}}$ značí symetrické bilineární formy odpovídající levé a pravé straně rovnice (17), definované vztahy

$$(v, \delta v)_{\mathcal{A}} = \int_0^l EJ v''(x) \delta v''(x) dx \quad (50)$$

$$(v, \delta v)_{\mathcal{B}} = - \int_0^l S(x) v'(x) \delta v'(x) dx = \rho g A \int_0^l (l - x) v'(x) \delta v'(x) dx. \quad (51)$$

Rayleighovy kvocienty v daném případě konvergují k nejmenšímu vlastnímu číslu $\lambda_{\min}$ monotónně shora. Pokud $\lambda_{\min}$ odhadneme pomocí n -tého Rayleighova

kvocientu, odpovídá podmínka $\lambda_{\min} = 1$ rovnici (33), ve které $N = v_n$. Pro $n = 1$ to vede k rovnici (35) a pro $n = 2$ k rovnici (47). Nerovnosti (49) ukazují, že odpovídající odhady kritické délky musejí být větší než její přesná hodnota, a že odhad (48) musí být lepší než odhad (36). Otázka však je, čemu odpovídá rovnice (43) vedoucí k odhadu (44), potažmo (3). Lze ukázat, že mezi prvním a druhým Rayleighovým kvocientem je ještě mezilehlý odhad (tzv. první Schwarzův podíl, viz [4], str. 895), který je možno zapsat jako

$$\frac{(v_1, v_1)_{\mathcal{B}}}{(v_2, v_2)_{\mathcal{A}}} = \frac{-\int_0^l S(x) v_1'^2(x) dx}{\int_0^l EJ v_2''^2(x) dx} \geq \lambda_{\min}. \quad (52)$$

Podmínka $(v_2, v_2)_{\mathcal{A}} = (v_1, v_1)_{\mathcal{B}}$ odpovídá právě rovnici (42), ze které pak plyne (43). Proto je odhad (44) lepší než (36), ale horší než (48).

Při konstrukci posloupnosti v_k bychom jako výchozí aproximaci v_1 mohli místo funkce $1 - \cos(\pi x/2l)$ použít i kubickou funkci (29) sestrojenou metodou konečných prvků. Dosazením do (40) pro druhou derivaci vylepšené aproximace v_2 získáme vztah

$$\begin{aligned} v_2''(x) &= \frac{\rho g A}{EJ} \int_x^l (l - \xi) v_1'(\xi) d\xi = \\ &= \frac{\rho g A}{12EJl^3} \left[4l(\sqrt{13} - 2)(2x^3 - 3lx^2 + l^3) + 3(3 - \sqrt{13})(3x^4 - 4lx^3 + l^4) \right]. \end{aligned} \quad (53)$$

Graf této funkce (po normalizaci na jednotkovou hodnotu v patě sloupu) je vynesena čárkovanou čarou na obr. 2c. Podmínku, že odhad $\lambda_{\min}$ pomocí zlomku v (52) má být roven jedné, můžeme zapsat jako

$$\int_0^l EJ v_2''^2(x) dx = \rho g A \int_0^l (l - x) v_1'^2(x) dx. \quad (54)$$

Po vyhodnocení integrálů dostaneme rovnici

$$\frac{(\rho g A)^2}{EJ} \frac{l^3}{1260} (44 + 5\sqrt{13}) = \rho g A \frac{13 - 2\sqrt{13}}{15} \quad (55)$$

a z ní pak zpřesněný odhad kritické délky

$$l_{krit}^{(6)} = \sqrt[3]{\frac{13 - 2\sqrt{13}}{15} \frac{1260}{44 + 5\sqrt{13}} \frac{EJ}{\rho g A}} = 1,9865 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}}. \quad (56)$$

To je zatím nejpresnější výsledek, s chybou jen asi 0,01 %.

5 Upravený postup – aproximace pootočení

Vraťme se ještě k rovnicím (17) a (18), které představují slabou a silnou formulaci podmínek rovnováhy, zapsaných pomocí neznámé průhybové funkce v . V těchto rovnicích se vyskytují pouze derivace funkce v , ale ne její hodnota. Proto je možné celý problém přeformulovat tak, že za základní neznámou se považuje funkce φ popisující pootočení jednotlivých průřezů, která odpovídá první derivaci průhybové funkce v . Rovnici (17), která vyjadřuje rovnost virtuálních prací, pak přepíšeme jako

$$\int_0^l EJ\varphi'(x) \delta\varphi'(x) dx = - \int_0^l S(x)\varphi(x) \delta\varphi(x) dx. \quad (57)$$

Hledaná funkce φ musí splňovat jedinou geometrickou okrajovou podmínku $\varphi(0) = 0$. Po integraci levé strany per partes můžeme z (57) získat diferenciální rovnici

$$(EJ\varphi'(x))' = S(x)\varphi(x), \quad (58)$$

která odpovídá rovnici (18) s oběma stranami jednou integrovanými vzhledem k x .

Při diskretizaci založené na (17) bylo třeba volit aproximaci hledané průhybové funkce v tak, aby byla spojitě diferencovatelná, protože levá strana obsahuje její druhou derivaci. Proto bylo vhodné použít hermitovské prvky s kubickou aproximací. Naproti tomu v rovnici (57) se vyskytuje pouze první derivace hledané funkce pootočení φ , a proto stačí spojitá aproximace, které lze dosáhnout pomocí jednoduchých lineárních prvků.

Při použití jediného prvku a jediného stupně volnosti q_1 (který odpovídá pootočení horního konce prutu) vede diskretizace k rovnici ve tvaru

$$\int_0^l EJN'^2(x) dx q_1 = - \int_0^l S(x)N^2(x) dx q_1 \quad (59)$$

a netriviální řešení existuje, pokud se integrály na levé a na pravé straně rovnají.

Po dosazení lineární báze funkce

$$N(x) = \frac{x}{l} \quad (60)$$

a normálové síly S podle (24) získáme podmínku

$$\frac{EJ}{l} = \frac{\rho g A l^2}{12} \quad (61)$$

a odpovídající kritickou délkou

$$l_{krit}^{(7)} = \sqrt[3]{\frac{12EJ}{\rho g A}} = 2,2894 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}}, \quad (62)$$

která se liší od přesného řešení asi o 15 %.

Při použití dvou prvků stejné délky $h = l/2$ získáme matice

$$\mathbf{K} = \int_0^l EJ \begin{bmatrix} N_1'^2(x) & N_1'(x)N_2'(x) \\ N_2'(x)N_1'(x) & N_2'^2(x) \end{bmatrix} dx = \frac{EJ}{h} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (63)$$

a

$$\mathbf{N} = - \int_0^l S(x) \begin{bmatrix} N_1^2(x) & N_1(x)N_2(x) \\ N_2(x)N_1(x) & N_2^2(x) \end{bmatrix} dx = \frac{\rho g A h^2}{12} \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (64)$$

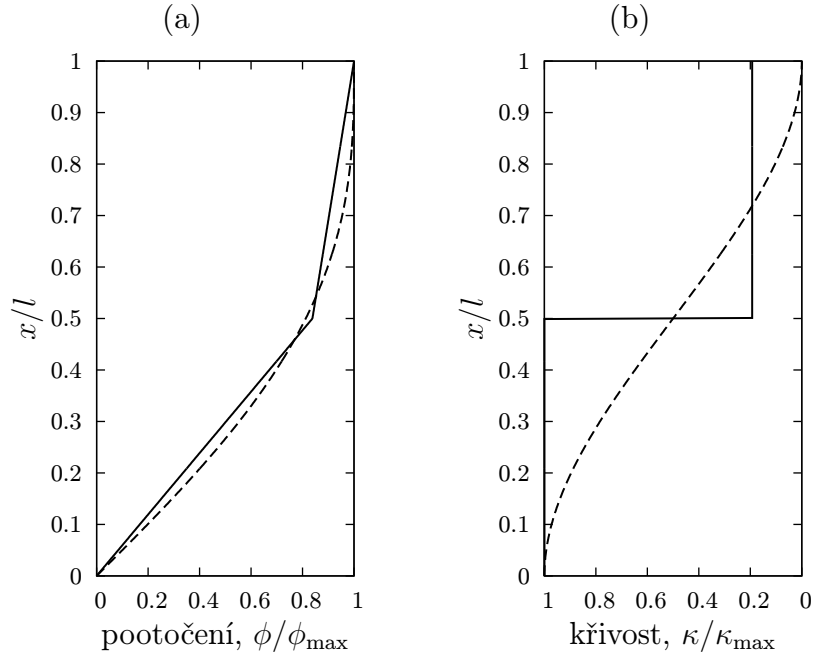
Po zavedení pomocné veličiny μ podle (26) vede podmínka $\det(\mathbf{K} - \mathbf{N}) = 0$ na kvadratickou rovnici s kořeny

$$\mu_{1,2} = \frac{96}{7} \left(6 \pm \sqrt{29} \right) \quad (65)$$

a výsledný odhad kritické délky

$$l_{krit}^{(8)} = \sqrt[3]{\frac{EJ\mu_{\min}}{\rho g A}} = \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A} \frac{96}{7} \left(6 - \sqrt{29} \right)} = 2,0354 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}} \quad (66)$$

je zatížen chybou 2,5 %. Oproti výpočtu založenému na kubické aproximaci průhybu je chyba při zavedení dvou stupňů volnosti o něco větší, ale stále přijatelná. Výhodou je menší pracnost výpočtu, neboť při vyhodnocení matice $\mathbf{N}$ podle (64) stačí integrovat kubické polynomy (bázové funkce jsou lineární a funkce S též), zatímco při vyhodnocení podle (21) je třeba integrovat polynomy 5. stupně. Výsledné normalizované aproximace pootočení (po částech lineární) a křivosti (po částech konstantní) jsou na obr. 3 vykresleny plnými čarami.



Obr. 3: Přibližné tvary vybočení při použití dvou konečných prvků s lineární aproximací pootočení (plné čáry) a při použití jednoho prvku s vylepšením (čárkované čáry): (a) pootočení, (b) křivosti.

Místo zvyšování počtu prvků bychom i zde mohli z výchozí lineární funkce $\phi_1 = N$ dané předpisem (60) sestrojit zlepšenou aproximaci ϕ_2 řešením rovnice

$$EJ\phi_2''(x) = S(x)\phi_1(x) \quad (67)$$

s okrajovými podmínkami $\phi_2(0) = 0$ a $\phi_2'(l) = 0$. Po dosazení normálové síly podle (24) a integraci získáme

$$\phi_2'(x) = \frac{\rho g A}{EJ} \frac{1}{6l} (l^3 - 3lx^2 + 2x^3) \quad (68)$$

a poměrně snadno vyhodnotíme

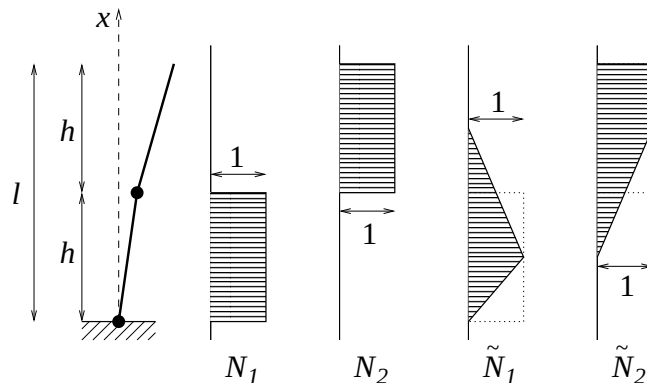
$$\int_0^l EJ\phi_2'^2 dx = \frac{(\rho g A)^2}{EJ} l^5 \frac{13}{1260}. \quad (69)$$

Pokud tímto výrazem nahradíme levou stranu v podmínce (61), dospějeme k odhadu kritické délky

$$l_{krit}^{(9)} = \sqrt[3]{\frac{105EJ}{13\rho g A}} = 2,0064 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}}, \quad (70)$$

zatíženému chybou 1 %. To je velmi kvalitní výsledek, uvážíme-li, že tato varianta výpočtu nebyla příliš pracná. Odpovídající aproximace pootočení a křivosti

jsou na obr. 3 vykresleny čárkovanými čarami. Je patrné, že aproximace křivostí je velmi podobná těm, které byly získány vylepšením Timošenkovy aproximace a aproximace posunů jedním kubickým prvkem (obr. 2c).



Obr. 4: Model sloupu složený z tuhých segmentů s pružnými klouby: původní a regularizované báze funkce (pro aproximaci pootočení).

Stojí za povšimnutí, že všechny dosud sestrojené odhady kritické délky byly větší než přesné řešení. To je dáno jejich souvislostí s Rayleighovými kvocienty, které podle (49) poskytují horní odhad nejmenšího vlastního čísla. V článku [1] byla předvedena ještě metoda založená na náhradě ohebného sloupu dvěma tuhými segmenty o délce $h = l/2$, spojenými rotačními pružinami (viz obr. 4 vlevo). Tento postup je možné interpretovat jako aproximaci pootočení ϕ po částech konstantní funkcí (v rámci každého tuhého segmentu je totiž pootočení konstantní). Báze funkce, znázorněné na obr. 4, jsou tedy voleny jako

$$N_1(x) = \begin{cases} 1 & \text{pro } 0 \leq x \leq l/2 \\ 0 & \text{pro } l/2 < x \leq l \end{cases}, \quad N_2(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } 0 \leq x \leq l/2 \\ 1 & \text{pro } l/2 < x \leq l \end{cases}. \quad (71)$$

Odpovídající matice

$$\mathbf{N} = - \int_0^l S(x) \begin{bmatrix} N_1^2(x) & N_1(x)N_2(x) \\ N_2(x)N_1(x) & N_2^2(x) \end{bmatrix} dx = \frac{\rho g A h^2}{2} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (72)$$

se získá snadno. Matici $\mathbf{K}$ ovšem nelze vyhodnotit konzistentně, protože zvolené báze funkce (71) jsou nespojité a tudíž nemají derivace integrovatelné s kvadrátem. Tento problém je možné obejít jistou regularizací, která spočívá v “rozetření” skoku ve funkční hodnotě. Skok v bodě $x = 0$ se nahradí spojitou

lineární změnou v intervalu $[0, l/4]$ a skok v bodě $x = l/2$ se nahradí spojitou lineární změnou v intervalu $[l/4, 3l/4]$, jak je znázorněno na obr. 4 vpravo. Fyzikálně to odpovídá převodu vzájemného pootočení dvou průřezů spojených pružným kloubem na konstantní křivost v úseku prutu kolem tohoto kloubu. (V průřezu $x = 0$ je třeba uvažovat skok, protože geometrická okrajová podmínka $\phi(0) = 0$ zde předepisuje nulové pootočení, zatímco v průřezu $x = l$ není hodnota pootočení předepsána a nespojitost tu nevzniká.) Takto regularizované funkce $\tilde{N}_1$ a $\tilde{N}_2$ mají po částech konstantní derivace a odpovídající matice $\mathbf{K}$ se vyhodnotí jako

$$\mathbf{K} = \int_0^l EJ \begin{bmatrix} \tilde{N}_1'^2(x) & \tilde{N}_1'(x)\tilde{N}_2'(x) \\ \tilde{N}_2'(x)\tilde{N}_1'(x) & \tilde{N}_2'^2(x) \end{bmatrix} dx = \frac{EJ}{h} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (73)$$

Podmínka $\det(\mathbf{K} - \mathbf{N}) = 0$ pak vede na kvadratickou rovnici s kořeny

$$\mu_{1,2} = \frac{16}{3} (3 \pm \sqrt{3}) \quad (74)$$

a výsledný odhad kritické délky

$$l_{krit}^{(10)} = \sqrt[3]{\frac{EJ\mu_{\min}}{\rho g A}} = \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A} \frac{16}{3} (3 - \sqrt{3})} = 1,8910 \sqrt[3]{\frac{EJ}{\rho g A}} \quad (75)$$

odpovídá výsledku uvedenému v [1] v rovnici (18). Jelikož matice $\mathbf{K}$ nebyla vyhodnocena pro stejné báze funkce jako matice $\mathbf{N}$, tento odhad není založen na Rayleighově kvocientu a tudíž nelze předem zaručit, zda je větší nebo menší než přesná hodnota. Jak je vidět, v daném případě vyšel menší, s chybou asi 4,8 %.

6 Závěr

Podrobná analýza ukázala, že metoda konečných prvků je pro daný stabilitní problém schopna poskytnout řešení s vynikající přesností. Naprosto přesné řešení pochopitelně nemůžeme přibližnou metodou získat, ale chyba je při správné diskretizaci velmi malá. V tomto smyslu je tedy nedosažitelný cíl (přesné řešení) blíže, než by se zdálo podle článku [1].

Literatura

- [1] HÖSCHL, C.: Nedosažitelné cíle a marné naděje. *Bulletin ČSM*, 2012, No. 2, pp. 21–33.
- [2] WEYRICH, B. R.: Die Zylinderfunktionen und ihre Anwendungen. Teubner, Berlin–Leipzig 1937.
- [3] TIMOŠENKO, Š. P., Izvěstija Politěchničeskogo Instituta, Kijev 1910.
- [4] REKTORYS, K. a kol.: Přehled užité matematiky, 4. vydání, SNTL, Praha 1981.

Komentář k příspěvku Milana Jiráska

Comment on the Contribution by Milan Jirásek

Cyril Höschl

Summary: *The method used by Milan Jirásek is compared with one previously published by Cyril Höschl. In both cases, the discretization by finite element method will be used. In the first case, the finite element mesh is defined in the undeformed state of the rod, and the loss of its stable equilibrium leads to the eigenvalue problem. In the second case, the FE mesh is defined in the postcritical deformation state and only equilibrium equations need to be solved. The difference of both mathematical models is very subtle and their comparison led Milan Jirásek to little misunderstanding concerning the consistency of both methods, which is explained in this comment.*

Nebylo mým úmyslem dehonestovat metodu konečných prvků tím, že uveřejním v Bulletinu ČSM [1] řešení (7) jednoduché úlohy, založené na modelu podle obr. 3, které je zatížené poměrně velkou chybou. Milan Jirásek [2] mne z tohoto úmyslu určitě nepodezíral, ale chyba se mu přesto nelíbila. Navrhl proto jiné řešení. Dokázal, že i s jediným konečným prvkem lze dosáhnout mnohem přesnějšího výsledku. Velice si vážím toho, že ho můj příspěvek tak zaujal. Musím však opravit některá jeho tvrzení, založená na zřejmém nedorozumění.

Jirásek dosáhl podstatného zvýšení přesnosti tím, že posuvy aproximoval až pro deformovaný tvar prutu. Tehdy se tlakové napětí v prutu po jeho délce mění. Kromě vodorovných posuvů vstoupí do hry i posuvy svislé. První z nich se aproximují kubickými polynomy, podélné dokonce polynomy čtvrtého stupně, jak je zřejmé z rovnic (8) a (13) Jiráskova příspěvku. Jejich vazba vyplývá z podmínky (13) neroztažitelnosti střednice prutu, takže všechny posuvy závisí jen na dvou

parametrech (zobecněných posuvech horního uzlu) q_1 , q_2 , a na vnějším zatížení, což je tíže prutu, rovnoměrně rozdělená po jeho délce. Hledá se taková její velikost, při které jsou zobecněné síly Q_1 , Q_2 v horním uzlu rovny nule. K udržení křivosti prutu tedy nepotřebujeme při této tíži prutu připojovat na jeho konci žádnou boční sílu ani moment.

To znamená, že řešíme každý něco jiného. V mém příspěvku se hledá mez stability nedeformovaného tvaru prutu pod silou tíže, v Jiráskově příspěvku se hledá taková síla tíže, která udrží zakřivený tvar prutu i při nulových hodnotách zobecněných vnějších sil připojených v koncovém uzlu prutu. Zakřivení prutu je přitom spojitou funkcí těchto sil. Problém ztráty stability tak Jirásek obešel a přesto dostal správný, leč mnohem přesnější výsledek. Rozdíl obou přístupů znamená, že moje matice $\mathbf{N}$ má jiný význam než jeho. Toto nedorozumění je na pozadí Jiráskova kritického hodnocení mého příspěvku. V jeho případě je matice $\mathbf{N}$ maticí tuhosti, v mém případě obsahuje matice $\mathbf{N}$ pouze informaci o tom, v kterých uzlech najdeme zobecněné síly nahrazující sílu tíže, jež je v původně přímém prutu rovnoměrně rozdělená, a jak jsou tyto náhradní síly velké. Odtud název „lokalizační“ matice. V obou příspěvcích se předpokládají průhyby v mezích lineární elasticity, je však mezi nimi rozdíl. Vybočený prut na Jiráskově obr. 1 může mít konečné posuvy, kdežto prut na mém obr. 3 znázorňuje jeho tvar infinitesimálně blízký k nedeformovanému tvaru. Můžeme si představit, že toto vybočení bylo vyvoláno nějakým nahodilým, nepatrným a rychle pomíjivým impulsem. Když je poloha prutu stabilní, jeho průhyb vymizí. Při indiferentní rovnováze (na mezi stability) se prut do původní přímé polohy nevrátí, ale jeho průhyb se ani nezvětšuje. Tomu odpovídá kritická síla tíže, kterou hledáme. Při nestabilní rovnováze by se počáteční průhyb zvětšoval až do konečné velikosti. Protože jde o statické zatížení, probíhají změny průhybu velmi pomalu. Setrvačné síly zanedbáváme.

Není tedy pravda, že v mém příspěvku byla matice $\mathbf{N}$ vytvořena na základě intuice. Vnější síly působící jinde než v uzlech se v původní verzi metody konečných prvků běžně nahrazují ekvivalentními zobecněnými silami působícími v uzlech, určenými tak, aby virtuální práce těchto náhradních sil byla při virtuální deformaci prvku stejná jako sil původních. Konečné prvky, na něž je daná definiční oblast

rozdělena, jsou spojeny pouze v uzlech. Jedině v nich působí vnější i vnitřní síly. Tento postup dovoluje, aby v dvourozměrových a třírozměrových sítích konečných prvků nemusela vypočtená napětí splňovat na hranicích prvků třetí Newtonův zákon. Jiráskova metoda je jiná, žádné ekvivalentní síly v uzlech se nehledají. Jeho tvrzení na str. 4, že moje matice $\mathbf{N}$ musí vyjít při konzistentním odvození symetrická, není proto na místě. Obě uvedená řešení jsou totiž konzistentní a správná. Proto bych v Jiráskově závěru opravil formulaci „při správné diskretizaci“ a nahradil slovy „při vhodné diskretizaci“. Lituji, že jsem patrně přílišnou stručností popisu svého řešení k tomuto nedorozumění přispěl.

Literatura

- [1] HÖSCHL, C.: Nedosažitelné cíle a marné naděje. *Bulletin ČSM*, No. 2, 2012, pp. 21-33.
- [2] JIRÁSEK, M.: Blíže k nedosažitelnému. *Bulletin ČSM*, No. 2, 2013, pp.10-29.

Sto let od narození prof. Dr. Ing. Vladimíra Marcelliho

Letos 13. ledna uplynulo sto let ode dne, kdy se ve Vranovicích u Brna narodil v rodině řídícího měšťanské školy syn Vladimír. Nikdo tehdy netušil, jaká bude jeho budoucnost a jak ovlivní vědecké poznání ve strojní oblasti a osudy lidí, kteří v ní pracují.

Po středoškolských studiích vstoupil na Vysoké učení technické v Brně, kde po promoci pokračoval jako asistent na katedře tepla. Následovala dlouhodobá stáž ve Francii, po jejímž ukončení se vrátil do Brna, odkud však brzy odešel do Prahy do Matematického oddělení Škodových závodů v Plzni, které tehdy řídil budoucí předseda ČSAV prof. Kožešník.



Prof. Ing. Dr. Vladimír Marcelli, zakladatel Strojního výzkumu.

Koncem 40. let minulého století začaly vznikat v souvislosti s rychlým rozvojem těžkého průmyslu nové rezortní a státní výzkumné ústavy. Tento vývoj měl však neblahý vliv na existující výzkumné kapacity, protože z nich začali odcházet kvalitní pracovníci na nově vznikající místa. To byl i osud pražského Matematického oddělení Škodových závodů, které se v důsledku tohoto vývoje rozpadlo. Škodovka však výzkumné pracoviště pro strojírenskou oblast potřebovala a to přímo v Plzni. Založením nového Strojního výzkumu byl pověřen tehdy 37letý inženýr Vladimír Marcelli, který pro tuto funkci splňoval všechny předpoklady. Profesor Kožešník proto vyslal mladého inženýra do Plzně, kde se nového úkolu ujal s plným nasazením.

Zatímco v Praze ve Vodičkově ulici probíhal nábor nových pracovníků, on mezitím připravoval podmínky pro chod nového pracoviště v Plzni. Z řady nabídek objektů pro jeho sídlo nakonec vybral prázdný dům na Karlovarské třídě číslo 45 známý pod místním názvem „U Poláčků“. Jednalo se o malý rodinný domek s přilehlým dvorem, dílnou (bývalou stodolou) a zahradou, ve kterém až do znárodnění sídlila rodina bývalého majitele s malou nářadovnou. A tak ještě v roce 1950 se stěhují již přijatí pracovníci z Prahy do Plzně a rozjíždí se nové pracoviště zaměřené především na oblast mechaniky strojů. Přes značné vytížení spojené s rozběhem nového pracoviště si Ing. Marcelli nachází čas na dokončení doktorské dizertace z oblasti termomechaniky. Zároveň na nově vzniklé Vysoké škole strojní a elektrotechnické v Plzni nacházejí uplatnění i jeho pedagogické zkušenosti při přednáškách z oblasti technického měření. Později zde získává pozici vedoucího katedry a nakonec i titul profesora.

Organizačně se Strojní výzkum stal součástí Výzkumného ústavu Škodových závodů. Velmi rychle se v souvislosti s rozvíjejícími potřebami závodů doplnila i původně jednoduchá skladba Strojního výzkumu, takže po pěti letech od svého založení, v roce 1955, byl schopen řešit již problémy nejen mechaniky, ale i termomechaniky a proudění jak po stránce teoretické, tak i experimentální. V souvislosti s tím docházelo i ke specializaci činností, takže se zformovaly nové skupiny matematiky, dynamiky, pružnosti a pevnosti, funkce strojů, regulace a též knihovny. Ve spojitosti s potřebou

zajišťování experimentálních činností zakládá Dr. Marcelli hned od počátku existence ústavu v Plzni útvar dílen a skupiny elektroniky a konstrukce. A tak již od poloviny padesátých let minulého století fungoval Strojní výzkum ve struktuře, která se později měnila jen nepatrně v souvislosti s měnícími se požadavky závodů i technologickými možnostmi.

Mezi první problémy řešené Dr. Marcelli ve Strojním výzkumu patřily nadměrná chvění strojů, praskání strojních částí vinou vysokého namáhání a špatná funkce strojů, to vše v podmínkách dnes málo představitelných. Nebyly ještě žádné počítače ani kalkulačky, dlouhá logaritmická pravítka měli jen dva pracovníci výzkumu, a navíc s ohledem na embargo nebyly k dispozici ani žádné moderní měřicí přístroje. A tak Strojní výzkum, který neměl žádnou tradici, si musel vše budovat od počátku sám. Pro měření namáhání se ve skupině elektroniky navrhl a vyrobil elektronkový tenzometrický můstek, se kterým se pak dlouhá léta vyjíždělo k měření do závodů i terénu. Nevalná situace byla i v oblasti měření vibrací anebo aerodynamických či termomechanických veličin. Všechny experimentální práce se zajišťovaly přímým odečtem měřených veličin z ručkových měřicích přístrojů nebo U-trubic skupinou pracovníků, kteří na povel odečítali měřené údaje. Z úspěšně dokončených prací vzpomeňme alespoň výzkumy na důlních strojích, jako byla např. uhelná síta, sázečky, vibrační dopravníky, ale i bagry a rypadla. Mnoho prací bylo vykonáno též na lisech v závodech podniku i u zákazníků a zejména pak v elektrárnách na turbosoustrojích při měření vlastností regulačních orgánů a při odstraňování zvýšených vibrací. Všech těchto měření se Dr. Marcelli osobně zúčastňoval a mnohdy je i řídil.

Díky svým výsledkům vcházel Strojní výzkum stále více do podvědomí závodů jako místo, na které se mohou s důvěrou obracet s jakýmkoliv mechanickým problémem při uvádění nových strojů do provozu. Brzy však poznaly, že tento postup není plně účinný, ale že je výhodnější zadávat výzkumné problémy v předstihu tak, aby výsledky výzkumné činnosti se mohly promítnout do nově připravovaných výrobků. To bylo výhodné pro obě strany. Závodům ubývaly problémy s novými stroji a Strojnímu

výzkumu se dařilo rozvíjet nové disciplíny novými schopnými pracovníky. To se zvláště projevilo v těsné spolupráci se závodem Turbiny, ve kterém prof. Ing. Jan Jůza, DrSc. byl iniciátorem nejen vývoje nových turbín, ale i zadavatelem dlouhé řady výzkumných problémů pro Výzkumný ústav, Strojní výzkum nevyjímaje. Velmi dobrá spolupráce byla i se závodem Elektrotechnické továrny Doudlevice a Těžké strojírenství. Později, po výskytu poruch na lokomotivách v Bulharsku a Rusku, se rozvinula i těsná spolupráce se závodem Elektrické lokomotivy a nakonec mnohem později z podobných potíží s trolejbusy i se závodem Ostrov.

Prof. Marcelli díky své jasnozřivosti podporoval každou novou myšlenku, která se objevila ve světě i na pracovišti, a mohla přispět k řešení existujících výzkumných problémů. A tak koncem padesátých let minulého století se ve Strojním výzkumu rozvinula oblast modelové podobnosti a zejména pak dynamiky strojů do té míry, že dosáhla špičkové úrovně a byla důvodem, proč za výpočty napjatosti a vlastních frekvencí olopatkovaných disků a dynamiky rotorů parních turbín byla profesorovi Marcellimu v první polovině 60. let udělena státní cena a později i hodnost člena korespondenta Československé akademie věd.

Ve stejné době došlo ke kvalitativní změně v technice výpočetních prací. Tomu nahrával i nízký věkový průměr pracovníků Strojního výzkumu, kteří začali velice záhy využívat ke složitějším výpočtům počítače. Na přelomu 50. a 60. let to byly ještě počítače Ural, za kterými se dojíždělo do Prahy, ale již v roce 1962 se dostal do podniku z iniciativy Dr. Marcelliho a RNDr. Práška první tranzistorový počítač National-Elliott 803A, provozovaný matematickým oddělením, které se rozrostlo o řadu počítačových odborníků včetně techniků počítačů. I když zůstalo součástí Výzkumného ústavu, jeho poslání se rozšířilo o zajišťování provozu počítače nejen pro závody podniku, ale i pro externí zákazníky. Je pochopitelné, že došlo k rychlému rozvoji numerických metod nejen pro klasické pevnostní a dynamické výpočty, ale i pro zpracování rozsáhlejších měření. Složité výpočty, které se do té doby ani nedaly realizovat, se náhle staly dosažitelné, i když mnohdy za cenu nočních směn.

Problémy s únavovými poruchami lokomotivních podvozků v polovině 60. let vyvolaly potřebu experimentálního ověřování jejich rámů. Z iniciativy prof. Marcelliho vzniká v areálu závodu Jaderského strojírenství první únavová zkušebna. V ní se v režii pracovníků Strojního výzkumu zkoušela únavová pevnost rámů vybuzených do rezonančního kmitání mohutnými elektromagnetickými budiči. Výsledky zkoušek sloužily k nalezení nebezpečných míst a k navrhování konstrukčních úprav sloužících ke zvyšování únavové odolnosti.

Únavová zkušebna nebyla prvním dislokovaným pracovištěm Strojního výzkumu. Budova na Karlovarské třídě již dávno nestačila rozrůstajícím se kapacitám výzkumných skupin, takže některé z nich se musely již dříve přestěhovat na jiná místa v Plzni. Jako první postihl tento osud matematickou skupinu, která se po krátkém pobytu v Zátiší odstěhovala do nových prostor na Slovanech, kde sídlila i po oddělení výpočetního střediska s celopodnikovou působností vytvořeného po nákupu počítače ICT1900. Dislokována na podnikovém ředitelství byla i část skupiny dynamiky strojů a na generálním ředitelství celá skupina termomechaniky.

Stále častěji byl prof. Marcelli vyslán na odstraňování provozních problémů nových strojů i do zahraničí, ať již to byl Sovětský svaz, Čína, Korea nebo evropské země. Také stále častěji se zahraničí dozvíдалo ze ŠKODA Review o jeho výborných výsledcích. Následkem toho docházelo ke kontaktům a vznikala nová přátelství s vynikajícími zahraničními vědci, i když politická situace v zemi tomu nebyla nakloněna. Mezi nejvýznamnější z nich patřil prof. R. E. D. Bishop, celosvětově uznávaný vědec z oblasti kmitání mechanických soustav. On i další významní tuzemští a evropští vědci byli v roce 1967 pozváni u příležitosti 60. výročí založení tehdy již Ústředního výzkumného ústavu Škoda Plzeň k účasti na mezinárodní sympozium s názvem Problémy fyzikálně-metalurgické a aplikované mechaniky při stavbě turbosoustrojí velkých výkonů. Při něm také došlo k upevnění vzájemných vztahů mezi účastníky sympozia. V té době byl již zakladatel Výzkumu strojírenského prof. Marcelli tak vážně nemocen, že za necelý rok v červnu 1968 svému onemocnění ve věku 55 let podlehl. To

byla krutá rána pro celý výzkum. Nicméně na základě ještě jím vedených rozhovorů na sympoziu s profesorem A. D. de Paterem technické univerzity z Delftu v Holandsku se uskutečnila 18 měsíční stáž k problematice dynamiky kolejových vozidel, bohužel bez účasti prof. Marcelliho.

V osobě prof. Dr. Ing. Marcelliho ztratila česká technická veřejnost vzácného člověka, který – ač nestraník – se v zájmu věci uměl za člověka postavit. Jemu vděčí bývalé závody ŠKODA za trvalou pomoc při vývoji moderních strojů a za schopnost vypořádat se s mechanickými problémy nových strojů uváděných do provozu. Letos vzpomínáme i 45 let od jeho úmrtí.

Čest jeho památce.

Miroslav Balda

*

Vzpomínka na doc. Rippla

S doc. Ripplem jsem se po prvé setkal při svém nástupu do Studijního oddělení ČKD Sokolovo (pozdější ČKD Lokomotivka a ještě později Sazka Aréna popř. O2 Aréna). Toto oddělení, které původně založil Ing. Ferdinand Budinský, pozdější profesor ČVUT, bylo součástí Útvaru hlavního konstruktéra. Zabíralo dvě místnosti v nejvyšším patře železobetonové novostavby. V té zadní místnosti, které se říkalo „dědkárna“, byli vedoucí pracovník Ing. Dr. techn. Jaroslav Němec, pozdější akademik, a několik prokuristů, z nichž nejpozoruhodnější postavou byl inženýr Surin, ruský emigrant, který měl být koncem války vyznamenán Svatováclavskou orlicí. To nemohl připustit, tak omdlel a marodil až do konce války. Byl nepostradatelný zejména při vyjednávání se sovětskými obchodními zástupci a experty, které dokázal například přesvědčit, aby koncem roku převzali pístový kompresor bez pístu. Na tom totiž záleželo, zda se budou brát prémie. Píst se dodal zákazníkovi později. V přední místnosti byli referenti, mezi nimi já jako vedoucí skupiny pro pevnostní výpočty a vyšetřování příčin poruch. Vedoucím všech těchto referentů byl tenkrát inženýr Karel Oktávec, který prošel za války jako vysokoškolský student německým koncentračním táborem a měl podlomené zdraví, později zemřel na tuberkulózu nebo na její následky. V oddělení panovala přátelská kolegiální atmosféra, byla však provázena přísnou kázní, která souvisela s přirozenou autoritou pracovitého inženýra Oktávce. Nejmladším inženýrem v tomto oddělení byl Jiří Rippl. Měl mimořádné matematické znalosti a stal se záhy přímým spolupracovníkem doktora Němce, pro kterého řešil problém pevnosti čela trubkového výměníku tepla, modelovaného jako plná deska s elastickými vlastnostmi desky děrované, uložené na trubkách výměníku jako na souvislém pružném podkladu. S jeho výsledky jsem se nespokojil, ale staly se pro mne inspirací. Zobecnil jsem je pro tzv. „přirozené okrajové podmínky“, kdy na okraji desky nejsou předepsány deformace (ty vyjdou z podmínek spojení s válcovou skořepinou představující plášť výměníku), ale síly a momenty. K řešení jsem pak použil vyjádření Besselových funkcí s komplexními

argumenty v polárním tvaru a dostal výsledky v jednoduchém tvaru, které byly jako významné citovány v přehledovém úvodním článku M. Hetényiho v časopisu Applied Mechanics Reviews roku 1966, č. 2. To uvádím proto, že jsme se sblížili pracovní i lidsky. Z Ripplova soukromí jsem však neznal nic. Věděl jsem jen, že je svobodným mládencem a finančními prostředky nijak neoplývá.

Sám jsem přišel do ČKD po návratu z PTP s kádrovým škraloupem. Kolegové se mi snažili všemožně pomoci a tak mne přesvědčili, abych vzal funkci desítkového důvěrníka ROH. Vedl jsem tedy deník socialistických závazků. Záhy jsem poznal, že nezáleží na tom, co se opravdu dělá, jestliže je papírově všechno v pořádku. A tak jsem při vyhlásování závazků ani své kolegy neobtěžoval, závazky jsem si za ně vymyslel, zanesl do onoho deníku (měl číslované stránky, aby se nedalo podvádět), a pak zase jsem tam napsal, že závazky byly splněny. To jsem nikdy nezapomněl v knize poznamenat. Například jsem napsal, že jeden pracovník splní svůj dlouhodobý úkol na počest VŘSR o dva dny před termínem, a měl jsem s tím při kontrole velký úspěch.

Jenže přišly horší časy. Byl rok 1953, měnová reforma. Tehdy vypuklo v Plzni povstání a ani dělníci v ČKD si to nechtěli dát líbit. Když později zavítal do závodu Antonín Zápotocký, aby dělníkům poděkoval, jak reformu přijali, vyskytli se jednotlivci, dělníci z kovárny, kteří strachem rozhodně netrpěli (byli nenahraditelní), a ti Zápotockému vysvětlili, že by mluvil jinak, kdyby tu byl o týden dříve. Tato drzost způsobila, že se dodatečně začalo vyšetřovat, jak se kdo při měnové reformě choval, a důvěrníci ROH měli za úkol vypracovat zprávu o svých „ovečkách“ a podat ZV ROH hlášení. Napsal jsem, že v našem oddělení žádné protesty ani nepokoje nebyly, protože vzhledem k úrovni platů technických pracovníků jsme neměli co ztratit. Dokonce jeden z našich pracovníků si musil peníze od uklízečky vypůjčit, aby měl dost peněz na povolenou výměnu korun v poměru 1:5 (ostatní peníze se měnily v poměru 1:50). Tím pracovníkem byl skutečně Ing. Jiří Rippl.

To jsem si dal! Závodní výbor došel k závěru, že zesměšňuji vážný politický problém. Naštěstí v tomto výboru tehdy seděl Ing. Jaroslav Trnka, který sice nebyl členem našeho oddělení, ale kamarádil s některými jeho pracovníky, a ten potvrdil, že

moje hlášení je pravdivé a realistické a tak by mělo být posuzováno. Trnka později působil jako profesor žilinské vysoké školy na Slovensku, kde také zemřel.

C. Höschl

*

Odešel doc. Rippl

Doc. Ing. Jiří Rippl, DrSc. se narodil 31. 3. 1928 v Poličce. Jeho otec byl knihkupcem a zároveň i nakladatelem (při knihkupectví přecházejícího z generace na generaci byla i tiskárna). Význam tohoto českého nakladatelství si uvědomíme ze skutečnosti, že okolí Poličky bylo národnostně smíšené, kde řada vesnic měla dokonce převahu německého obyvatelstva, takže někdejší protektorátní hranice ležela těsně u Poličky. Jiří vyrůstal v rodině, kde se dědilo i vlastenecké cítění, láska ke knihám, vědění a poznání. Studium na poličském gymnáziu zakončil v r. 1947 maturitní zkouškou s vyznamenáním a následně pokračoval na Strojní fakultě ČVUT.

Po jeho ukončení nastoupil do studijního oddělení ČKD Sokolovo, které původně založil prof. Ferdinand Budinský. Na svém prvním pracovišti měl spolupracovníky, kteří se později stali význačnými osobnostmi v oborech mechanika a pružnost (akademik Jaroslav Němec a prof. Ing. Cyril Höschl, DrSc.). Ti ihned ocenili jeho matematické znalosti. Z tohoto období pocházejí jeho první výzkumné práce z oboru mechaniky kontinua a pevnostních výpočtů strojních celků. Toto zaměření jej po několika letech dovedlo do Ústavu technické mechaniky Strojní fakulty ČVUT, kde pod vedením prof.

Ing. Dr. Josefa Šrejtra, DrSc. zahájil vědeckou aspiranturu. Jako zastánce aplikací maticového počtu a Laplaceovy transformace se zaměřil nejprve na teoretickou kinematiku – *Obalové věty hypoidálního ozubení* a později i na teoretickou dynamiku – kandidátská práce *Teorie symbolických a výpočtových metod pro sestavení a integraci pohybových rovnic soustav těles s více stupni volnosti*, kterou obhájil v r. 1957.

Po přechodu do tehdejšího Státního ústavu tepelné techniky (pozdější Státní výzkumný ústav pro stavbu strojů), se stal nerozlučným spolupracovníkem Ing. Františka Turka, CSc., vedoucího poruchového oddělení. Vedle řešení řady příčin poruch strojů a strojních celků pracoval také teoreticky a jeho práce zabírají nebývale široký rozsah témat. Nejprve to bylo řešení zpětnovazebné soustavy rychlostní regulace parních a plynových turbín. V r. 1964 se habilitoval prací *Teorie samostředících sil kónických šoupátek hydraulických regulačních elementů*. Vedle těchto prakticky zaměřených úloh shrnul svoje teoretické práce do tří monografií, a to *Integral transformations (General Theory and Application to Continuum Dynamics)*, *Lambda matice v dynamice lineárních diskrétních soustav* a *Orthogonal Matrices in the Analytical Dynamics of Bodies*. Od roku 1974 se zapojil spolu s doc. Ing. Otakarem Daňkem, DrSc. a Ing. Turkem, CSc. do zpracování rotorové dynamiky velkých točivých strojů, které si vyžádalo ČKD Kompresory.

Dále je nutno se zmínit o jeho velmi úspěšné pedagogické činnosti. Přednášel na Fakultě strojní a Fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT a dále na Matematicko-fyzikální fakultě Karlovy univerzity. Kromě toho byl školitelem řady aspirantů. V roce 1979 přešel z poruchového oddělení na místo vedoucího odboru mechaniky strojů a až do roku 1990 vedl tento největší odbor mechaniky v tehdejším Československu (více než 100 vědeckých a odborných pracovníků). Hned po listopadu 1989 podává doktorskou dizertační práci na téma *Analytické úlohy dynamiky poddajného prostředí založené na zobecněných integrálních transformacích*. Tuto dizertaci měl po mnoho roků uloženu v psacím stole, neboť z politických důvodů mu bylo znemožněno ji podat.

S doc. Ripplem jsem se spřátelil až po roce 1979, kdy se stal mým vedoucím a jako svého nadřízeného jsem si jej vážil jak po odborné tak po lidské stránce.

Vzpomínek mám na něho celou řadu. V té době jsem se věnoval výzkumu v oblasti dynamiky jištěných hydraulických obvodů a vícestupňových ventilů, tedy oblasti značně odlišné od jeho. Čas od času si vyžádal, abych mu popsal, jak jsem pokročil v řešení a téměř pokaždé jsem odcházel s novými podněty, které z naší diskuze vyplynuly. Popsali jsme při tom vždy hromadu papírů a stalo se několikrát, že jsem si nedopatřením pak odnesl i nějaké, které patřily jemu. Jednou mne s úsměvem požádal, abych si sedl kousek dál od pracovní desky jeho stolu a dodal: „Vy máte v sobě nějaké nebezpečné fluidum! Od té doby, co jsme se blíže poznali, stále něco hledám a nacházím mnohem později, než potřebuji.“ Jeho znalosti z teoretické mechaniky byly úctyhodné. Sám jsem si zakládal na tom, že ji znám lépe než moji spolupracovníci a jednou jsem v diskuzi s ním nadhodil, že teoretická mechanika vlastně končí Gaussovým principem a Hamilton-Jacobiho rovnicí. Okamžitě mě opravil s poukazem na Appelovy rovnice a upozornil mě, že s nelineárními neholonomními vazbami pracují mnohem elegantněji. Sáhl do knihovny a doporučil mi, abych si příslušnou partii v podávané knize prostudoval. Tu knihu dodnes mám, je z dnes již neexistující knihovny SVÚSS, a doc. Rippl je v ní zaznamenán jako první a jediný zájemce.

Od svého odchodu do penze v roce 1992 se doc. Rippl zabýval moderní teoretickou fyzikou a analyticky rozpracoval nový fyzikální pohled na svět a jeho zákonitosti. Své úvahy a představy podložené výpočty shrnul do knihy *Cosmon, kontinuum ve kterém žijeme*, kterou vydal v českém jazyce v roce 2010. V současné době se připravuje k vydání anglická verze. Cílem této práce bylo podat nový pohled na moderní fyziku založený na hypotéze existence Cosmonu – nově formulovaného fyzikálního prostředí, které nás obklopuje. Specifické vlastnosti Cosmonu umožňují vznik, existenci a dynamický vývoj fyzikálních objektů i jejich elementů. Fyzikální částice jsou v Cosmonu představeny jako nejmenší, nikoliv však nejjednodušší částičky vytvořené z lokálních stavů tohoto kontinua. V moderním pojetí Cosmonu jsou takové částice uvažovány jako neoddělitelně spojené se svými poli. Na základě Cosmonu jsou analyticky odvozeny vzájemné interakce mezi těmito elementy a z toho vyplývají známé, případně zpřesněné fyzikální zákony, ale i nové skutečnosti. Pro řadu

nevyjasněných dějů a jevů, k nimž dosud chybělo fyzikální zdůvodnění, případně tam, kde se výklad omezoval jen na konstatování empirických poznatků, bylo možné ukázat nová řešení doplněná exaktní matematickou formulací. Cosmon jakožto nově formulované fyzikální prostředí umožňuje analyticky rozebrat a objasnit fyzikální reality jako prostor, čas, hmota, náboj, síla, setrvačnost, gravitační, či elektromagnetické pole. Tento zcela zásadní přístup k základním pojmům, jevům, dějům a realitám ve fyzice umožňuje zdůvodnit a formulovat podstatu fyzikálních zákonů a teorií a jejich vzájemné souvislosti.

Jan Šklíba

*

Osmdesátiny Ing. Ivana Krásného, CSc.

Před osmdesáti lety, dne 22. 7. 1933, spatřil světlo světa jeden z představitelů české technické mechaniky a můj dlouholetý kolega Ing. Ivan Krásný, CSc. Narodil se v Praze a s Prahou je jeho život i nadále spojen, nepočítáme-li krátké období, kdy v Běchovicích musel čekat na to, až se i Běchovice stanou Prahou. Po maturitě na reálném gymnáziu (1951) nastoupil na Strojní fakultu ČVUT, kde studium ve specializaci projektování a provoz tepelných a energetických zařízení ukončil (1956) diplomovou prací na téma *Elektrárna s parními turbínami 25 MW*. Avšak ještě předtím došlo k setkání, které zřejmě podstatně ovlivnilo jeho další život. Při prázdninové praxi v ČKD v létě 1954 se setkal s pracemi oddělení Výzkum poruch tehdejšího Výzkumného ústavu tepelné techniky (Dr. P. Kohn, Ing. O. Daněk, Ing. J. Nezval). A protože v následujícím roce měl možnost měsíční praxe v onom ústavu, bylo jasné, kam budou jeho kroky směřovat. Jenže člověk miní a vládní nařízení č. 20/1952 Sb. (o rozmisťování absolventů vysokých škol) mění a Ing. Krásný dostal tzv. umístěnku do Bratislavy. Nezbylo tedy než se pokusit tuto překážku obejít přihláškou do aspirantury ve VÚTT a následným složením přijímací zkoušky. To se Ing. Krásnému podařilo a stal se tak řádným aspirantem v oboru Technická mechanika - pružnost a pevnost u doc. Ing. M. Hampla. Jakýmsi školitelem v pozadí se mu stal RNDr. L. Špaček, se kterým pak jubilant řadu let spolupracoval. V ústavu - později nazývaném Státní výzkumný ústav pro stavbu strojů (SVÚSS) – prošel Ing. Krásný, CSc. postupně celou řadou pozic od odborného asistenta až po vedoucího vědeckého pracovníka.

Téma kandidátské práce, zaměřené na výpočet vlastních frekvencí krátkých lopatek turbínových kol, předznamenalo zaměření Ing. Krásného, CSc. v jeho další činnosti. Těžištěm jeho práce se stala elastodynamika a elastostatika aplikovaná především na řešení úloh dynamiky částí parních, vodních a spalovacích turbin, čerpadel, ventilátorů, turbokompresorů a elektrických strojů točivých. V průběhu doby se postupně měnily možnosti provádění příslušných výpočtů od logaritmických pravítek

a mechanických kalkulaček po výpočetní techniku, jejíž možnosti se v počátcích jubilentovy vědecké dráhy jevily jako sci-fi. Nicméně jedním z rysů přístupu Ing. Krásného k řešení problémů byla vždy snaha o vytvoření optimálního modelu řešené úlohy, kdy výsledek řešení je co nejbližší realitě a postup řešení je co nejvíce pochopitelný. Bylo zřejmé, že si uvědomoval skutečnost, že v teorii není rozdíl mezi teorií a praxí, ovšem v praxi takový rozdíl je.

Po rozpadu SVÚSS Ing. Krásný s několika kolegy založil firmu VAMET s.r.o., kde se otázkám elastostatiky a elastodynamiky nadále plně věnuje. Poměrně značnou část z desítek jím řešených úloh nyní tvoří problémy spojené s jadernou energetikou, zvláště pak co se týče seismicity a problémů kotvení. Řešil rovněž řadu otázek týkajících se přečerpávacích elektráren i mnoha jiných strojních objektů. Není tedy divu, že se stal členem odborných komisí Asociace strojních inženýrů a byl i jmenován soudním znalcem pro obor pevnost, dynamika a diagnostika poruch strojních částí. V neposlední řadě je nutno ještě vyzvednout publikační činnost Ing. Krásného, jako jsou jeho články v odborné literatuře, resp. přednášky na různých vědeckých konferencích a sympoziích.

Na závěr bych se chtěl podělit o jeden poznatek, který leží mimo odbornou stránku. Když jsem zjišťoval informace pro tuto eulogii, vždy k informaci o odborných kvalitách jubilanta, byla přidána nějaká informace osobní povahy. Jak někomu poradil, jak se někoho zastal, spousta vzpomínek se týkala jeho cyklistiky, pobytů na horách, kanoistiky, ale i rodiny a Posázaví. Jednu takovou informaci bych však chtěl zveřejnit. V podvečer po přednáškách na jedné konferenci se Ing. Krásný s jedním svým kolegou vydal na výlet do okolní horské krajiny. Onen kolega však měl úraz a zlomil si nohu. Ing. Krásný ho téměř 10 km nesl na zádech zpátky do civilizace. Když už si připomínáme člověka jako technika či vědce, měli bychom si ho připomínat i jako člověka.

Ivan Davidovič

Profesor Zdeněk Bittnar – 70 let

I když to bude pro většinu kolegů k nevíře, 24. dubna letošního roku se profesor Zdeněk Bittnar zařadil v plné síle a s neutuchající energií mezi sedmdesátníky. Je natolik známou osobností v odborné komunitě, a to jak teoretiků v počítačové mechanice, tak praktiků působících ve stavebnictví a příbuzných oborech, že je prakticky nemožné představit oslavence ve zcela novém světle. Přesto si dovolíme připomenout zejména mladší generaci několik údajů z jeho bohatého životního běhu.

Zdeněk pochází z Machova, tedy z podhůří Broumovských stěn. Odtud pramení jeho neutuchající nadšení pro sjezdové lyžování, které záhy přenesl na své syny a v posledních letech i na vnuky. Těm v současnosti vytváří spolu s manželkou Jitkou ideální podmínky pro rozvoj vztahu k přírodě a lyžování přestavbou původní chalupy v Jizerských horách v nádherné a stylové stavení, kam se všichni budou jistě rádi vracet.

Po ukončení studia na Stavební fakultě ČVUT v Praze v roce 1966 zahájil svou odbornou dráhu v tehdejších Stavbách silnic a železnic, odtud přešel do Kloknerova ústavu ČVUT v Praze. Zde se velice úspěšně věnoval dynamice konstrukcí se zaměřením na sledování účinků výbuchů na tyto konstrukce. Od roku 1990 působí na katedře stavební mechaniky Stavební fakulty ČVUT, kde po obhajobě titulu DrSc. v tomtéž roce byl o dva roky později jmenován profesorem stavební mechaniky. Od svého příchodu na katedru se plně věnoval rozvoji katedry, která se pod jeho vedením v letech 1999 až 2008 zařadila mezi nejuznávanější pracoviště na ČVUT. Zdeněk má zejména velkou zásluhu na omlazení pracovního kolektivu a jmenování řady profesorů ve věku pod 50 let.

Profesor Bittnar získal přirozenou autoritu i na fakultě, v jejímž čele stál jako děkan v letech 2003 až 2010. Jeho vynikající vědecká úroveň byla oceněna na mezinárodním poli jmenováním za člena redakčních rad časopisů, jako Computers &

Structures, International Journal for Computational and Structural Engineering and Engineering Mechanics. Je aktivní i jako člen dvou komitétů RILEM, byl zvolen členem Inženýrské akademie ČR.

Absolvoval celou řadu zahraničních studijních pobytů a je zván i v současnosti k přednáškám na zahraničních universitách jak v USA (např. UC Berkeley, Northwestern University, Cornell University, RPI Troy, University of Western Ontario, University of Nevada Reno, BYU Provo, University of Milwaukee, MIT, Caltech, UC San Diego), tak v Evropě (např. University of Sheffield, University of Glasgow, Bauhaus Universität Weimar, RWTH Aachen, TU Wien, J. Fourier University Grenoble, EPFL Lausanne ad.).

Profesor Bittnar byl hlavním řešitelem více než dvaceti výzkumných projektů, které v posledních letech směřují do studia struktury vysokohodnotných materiálů, zejména na bázi cementu, a jejich mechanické odezvy na vnější účinky. Je autorem či spoluautorem několika set publikací včetně čtyř monografií. Monografie Numerical Methods in Structural Mechanics byla vydána v roce 1996 nakladatelstvím ASCE Publ. USA a T. Telford v U.K.

Profesor Bittnar díky svým organizačním schopnostem pozitivně ovlivnil rozvoj výzkumné činnosti na Fakultě stavební i ČVUT. Velice se angažoval v rámci Superpočítačového centra, zasloužil se o vznik Laboratoře kvazikřehkých materiálů, vybavené unikátním lisem, zasloužil se i o vznik pracoviště elektronové mikroskopie pro studium materiálů s přirozenou vlhkostí a experimentálního pracoviště nanomechaniky. Jeho aktivity neutuchají ani v současnosti. V posledních letech se zasloužil o vznik dvou výzkumných center, a to Univerzitního centra energeticky efektivních budov, v němž jsou zapojeni pracovníci několika fakult ČVUT, a Centra kompetence CESTI, které sdružuje přes dvacet pracovišť z akademické sféry i průmyslu. Pro svoje vynikající kvality se stal členem dvou významných mezinárodních organizací, European Construction Technological Platform a Energy Efficient Buildings - E2BA. Zájem o chod školy prokazuje v současnosti i jako člen Akademického senátu ČVUT.

Pro vědeckou dráhu připravil přes dvacet mladých výzkumných pracovníků, kteří obhájili své dizertační práce a nyní působí na fakultě, v jiných výzkumných institucích nebo významných stavebních společnostech. Mnozí z nich se uplatnili ve svém oboru v zahraničí, ať už v univerzitním prostředí nebo v inženýrské praxi. Za tuto záslužnou činnost se profesoru Bittnarovi dostalo četných ocenění, např. Zlaté Felberovy medaile ČVUT, Ceny rektora ČVUT, Čestného uznání vlády České republiky ad.

Milý Zdeňku, pokud jsme v předcházejících odstavcích opomněli některou z Tvých četných zásluh, jistě nám to promineš. Možná je to tím, že pro nás je důležitější představit Tě především jako člověka s neutuchajícím elánem, který chová v úctě svou Alma Mater a nemyslí jen na sebe. Díky Tobě se nebývale zvedla kvalita výzkumné práce na katedře i fakultě, díky Tobě nacházíme stále více nadšených mladých spolupracovníků, kteří jsou schopni nejen sami vědecky pracovat, ale díky Tvému příkladu a podnětům získali odvahu ucházet se o vlastní výzkumné projekty.

Milý Zdeňku, dovol nám, abychom jménem svým i našich kolegů a studentů, všech těch, kteří měli tu čest Tě poznat a s Tebou pracovat, Ti popřáli vše nejlepší v osobním životě, pevné zdraví a neutuchající nadšení pro další pedagogické, vědecké i odborné působení na fakultě a na ČVUT v Praze.

Jiří Šejnoha a Jiří Máca

*

K životnímu jubileu Ing. Anny Machové, CSc.

u dámy není taktní uvádět věk, tak jen poznamenejme, že v letošním roce si Anna Machová, příbuznými a přáteli nazývaná Hanka, z Ústavu termomechaniky AV ČR připisuje na své životní konto číslici v celých desítkách.

Je jí dopřáno až dosud zúročovat svůj talent, znalosti, houževnatost a píli. Svému zaměstnavateli svou publikační aktivitou přináší cenné body a výsledky pro hodnocení ústavu, v rámci doktorandského studia vychovává další generaci badatelů a možná i svých následníků v oboru.

Hanka studovala na naší špičkové vysoké škole – Fakultě technické a jaderné fyziky ČVUT v Praze – v letech, kdy studenti ještě měli své sny o dobrodružství poznání a touhy zapojit se a uplatnit svůj talent při budování země. Věda a rozvíjející se nové technologie, zejména energetika, nabízely na svých mapách řadu „bílých míst“ a politicky uvolněnější doba motivovala mladé lidi jít za svými sny. Na FTJF živil jejich entuziasmus zejména prof. J. Němec, vedoucí osobnost oboru a zakladatel specializace materiálového inženýrství. Vysvětloval, že garantovat bezpečnost získávání a transportu energie z různých zdrojů včetně jaderného štěpení či fúze lze jen tehdy, zvládneme-li celistvost a bezpečnost konstrukčních celků, v nichž se tyto procesy realizují. Tak se tu vedle „rozbíjení atomů“ učila a studovala jejich soudržnost, vazby a pevnost. Poznané se bezprostředně uplatňovalo v praxi a studenti byli při tom.

Hance už tenkrát učarovaly teorie o závislosti mechanických vlastností materiálů na jejich vnitřní stavbě a chování nejrůznějších typů poruch. Tuto disciplínu na FTJF přednášel náš nestor oboru dr. F. Kroupa.

Po absolvování fakulty přišly na řadu ryze lidské starosti a údělky: založení rodiny, narození syna, hledání bydlení i zaměstnání. Režim přituhl, přišly jiné časy. Hanka nastoupila do SVÚM v Běchovicích, kam denně dojížděla z Roztok u Prahy, kde v té

dobře rodina bydlela v pronajatém bytě. Péče o dítě spolu s touto odyseou jí na elánu a zdraví moc nepřidávaly. A tak ráda využila příležitost vrátit se na alma mater na katedru materiálů prof. Němce, kde v té době chybělo několik asistentů, kteří zůstali v zahraničí. Podařilo se mi „šéfa“ přesvědčit, že má-li se na katedře provádět solidní výzkum dynamiky lomu a pedagogicky zacelit vzniklé mezery, je nezbytné Hanku přijmout. Stalo se a tak v letech 1970 až 1985 se zde Hanka podílela na obou oblastech činnosti. Zde začíná s numerickými výpočty (metodou fyzikální diskretizace kontinua) při testování mechanických modelů rychlých trhlin v interakci s elastickými vlnami napětí. Výsledky a závěry rozsáhlého experimentálně-teoretického studia byly shrnuty v publikaci *Dynamika lomu* kolektivu autorů Zemánková, Machová, Brepta s předmluvou prof. Němce. Její pedagogickou činnost završují skripta *Teorie dislokací* sepsaná spolu s dr. Kroupou.

Hance však mechanika kontinua k srdci nepřiřostla, dynamiku růstu trhlin se rozhodla řešit sama v rámci atomárních modelů. V únoru 1989 přechází do ÚT ČSAV. Zde zpočátku pracuje na problematice anizotropních kompozitů, po dvou letech se může plně věnovat svým atomárním simulacím. A činí tak úspěšně dodnes.

Koníčky, záliby? Co vím, hory, lyže, cestování.

V knize knih stojí:

„... našich let je sedmdesát, jsme-li při síle tak osmdesát ... Mohou se chlubit leda trápením a těžkostmi. Kvapem uplynou a v letu odcházíme ... Nauč nás Bože počítat své dny, ať získáme moudrost srdce.“

Tak Hanko, počítej a moudře využívej ještě mnoho a mnoho svých dnů.

J. Zemánková

Welcome to WCCM XI – ECCM V – ECFD VI in Barcelona 2014!



WCCM XI - ECCM V - ECFD VI
BARCELONA 2014

The International Association for Computational Mechanics (IACM) and the European Community on Computational Methods in Applied Sciences (ECCOMAS) are pleased to announce the **joint organization** of the

11th. World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI)

5th. European Conference on Computational Mechanics (ECCM V)

6th. European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI)

to be held in Barcelona in July 20 - 25, 2014.

Previous Editions:

IACM WCCM

São Paulo (2012), Sydney (2010), Venice (2008),
Los Angeles (2006), Beijing (2004), Vienna (2002),
Buenos Aires (1998), Tokyo (1994), Stuttgart (1990)
and Austin (1986)

ECCOMAS ECCM

Paris (2010), Lisbon (2006), Cracow (2001) and
Munich (1999)

ECCOMAS ECFD

Lisbon (2010), Egmond aan Zee (2006), Swansea
(2001), Athens (1998) and Stuttgart (1994).

Organizers



Spanish Association for Numerical
Methods in Engineering (SEMNI)
in its 25th Anniversary

with the support of
International Center for
Numerical Methods in
Engineering (CIMNE)



Minisymposia

Relevant scientists in the fields of the congress are invited to organize Minisymposia in the different fields of the conferences. Participation of research teams from all parts of the world is welcomed and encouraged, as well as proposals of Minisymposia in new developing areas.

Guidelines for the proposal and organization of Minisymposia and detailed information concerning the congress may be found at the website www.wccm-eccm-ecfd2014.org.

Congress Venue

The congress will take place at the "Palau de Congressos de Catalunya". The complex is a part of the Hotel Rey Juan Carlos I – Business and City Resort, which is surrounded by some 25,000m² of the most breathtaking gardens of the 19th century. Web site: www.pcongresos.com/en/

Important Dates

Deadline for submission of Minisymposia proposals	November 30, 2012
Notification of Minisymposia acceptance	February 1, 2013
Deadline for presenting a one page abstract	November 29, 2013
Acceptance of the contributions	January 31, 2014
Deadline for submitting the final abstract and early payment	February 28, 2014

For further information please visit www.wccm-eccm-ecfd2014.org or contact the congress secretariat:
wccm-eccm-ecfd2014@cimne.upc.edu